

Tentamensskrivning, 2004-08-16, kl. 8.00-13.00

5B1116 Matematik 2, för Bio1, E1, K1, ME1 och Media1

5B1136 Matematik 2, för I1 och OPEN1

För betyg 3 (godkänt), 4 och 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng. Samtliga behandlade uppgifter ska förses med utförlig lösning och motivering. Lösningsförslag finns efter skrivningstidens slut på kurshemsidan. Inga hjälpmedel.

Lycka till!

1. Bestäm minsta avståndet från origo till linjen $(x, y, z) = (1, 0, 1) + t(2, 2, 1)$. (3p)

2. Bestäm ekvationen för tangentplanet till ellipsoiden $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 15$ i punkten $(-2, -1, 1)$. (3p)

3. Transformera kurvan $2x^2 - 2\sqrt{2}xy + 3y^2 = 3$ till huvudaxelform samt ange kurvans typ. Huvudaxelriktningarna behöver ej anges. (3p)

4. Bestäm inversen till matrisen

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(3p)

5. Avgör om ekvationerna

$$x + 2y + e^z = 1$$

$$x^2 + 3y^2 + e^{2z} = 1$$

definierar x och z som funktioner av y i en omgivning av punkten $(0, 0, 0)$. (3p)

6. Transformera uttrycket $z_{xx} + z_{yy}$ genom avbildningen

$$\begin{cases} u = 2x - 3y \\ v = 3x + 2y \end{cases}$$

(4p)

7. Anpassa de tre punkterna $(0, 3)$, $(1, 1)$ och $(2, 0)$ med minstakvadratmetoden till en kurva av typ $y = ax + b f(x)$, där man vet att $f(0) = 4$, $f(1) = 2$ och $f(2) = 1$. (4p)

8. Bestäm maximala volymen för en rätvinklig låda som har varje sida parallell med något koordinatplan samt alla hörn på ellipsoiden $x^2 + y^2 + 2z^2 = 6$. (4p)

V. g. vänd!

9. Betrakta de linjära ekvationerna

$$\begin{array}{ll} (1) & 2x + y - 4z = 1 \\ (2) & x + 3y - 2z = 0. \end{array}$$

Ange två linjära ekvationer (3) och (4) (skilda från (1) och (2)), så att systemet (1), (2), (3) har oändligt många lösningar och systemet (1), (2), (4) saknar lösning. (4p)

10. I denna uppgift antas $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ vara kvadratiska matriser med samma dimensioner.

a) Antag att $\mathbf{BA} = \mathbf{A}$

och att $\mathbf{A}$ har något egenvärde $\lambda \neq 0$ med motsvarande egenvektor $\mathbf{v}$.

Visa att $\mathbf{B}$ har samma egenvektor $\mathbf{v}$ med motsvarande egenvärde $= 1$. (2p)

b) Visa att om $\mathbf{A}$ har identiska rader och $\mathbf{B}$ har alla

radsummor $= 1$ så gäller $\mathbf{BA} = \mathbf{A}$. (2p)