Några lösta uppgifter ur kapitel 3

3.1.2

A säger: ”Om B är en kung så är jag en narr.” Vad är A och B?

Svar Antag att B är en kung. Om A då vore en kung så skulle det han säger vara sant. Men det han säger innebär att han är en narr och det kan därför inte vara sant. Men om A vore en narr så skulle det han säger vara en lögn. Men det kan det inte vara ty det han säger innebär att han är en narr.

Vi måste dra slutsatsen att B är en narr. A:s påstående är en implikation som då måste vara sann eftersom vänsterledet är falskt. Eftersom det A säger är sant så är A en kung.

3.2.I.6

Svar Sentensen är varken en tautologi eller en motsägelse. Den är alltså ”contingent”.

3.2.II

Svar 1 och 4 är ekvivalenta. 2,3 och 5 är ekvivalenta. 6 och 7 är ekvivalenta (båda är tautologier).

3.4.I.1

Svar Antag att premisserna gäller. Vi skall visa att då måste $A \to C$ gälla. Så vi antar att A gäller. Då måste B gälla. Därför gäller även $C \vee D$. Men eftersom D inte får gälla måste då C gälla. Alltså: Om premisserna är sanna gäller också $A \to C$.

3.4.I.6

Svar Påståendet är sant. För att visa det antar vi att premisserna är sanna. Då gäller t.ex. $A \,\&\, C$ och därför C. Men eftersom $C \to B$ gäller måste även B vara sann. Så $\sim\!B$ är falsk. Men då är $\sim\!B$ ekvivalent med $D \,\&\, {\sim}D$ (som alltid är falskt, oberoende av D). Så högerledet är sant.

3.7.I

Svar Vi kan beskriva de tre funktionerna med hjälp av $\{\sim, \&, \vee\}$ på följande sätt:

1. $(A \,\&\, B \,\&\, C) \vee (A \,\&\, {\sim}B \,\&\, {\sim}C)$.
2. $\sim\!B$ helt enkelt! (Men det gäller att se det.)
3. $A \vee ({\sim}A \,\&\, {\sim}B \,\&\, {\sim}C)$.

Svaret på uppgift 1 kan ges på formen $\big({\sim}(A \,\&\, B \,\&\, C) \,\&\, {\sim}(A \,\&\, {\sim}B \,\&\, {\sim}C)\big)$.

3.7.II.1

Svar Det enda som behöver göras är att visa att vi inte behöver $\&$. Det ser vi eftersom $A \vee B$ och ${\sim}({\sim}A \,\&\, {\sim}B)$ är ekvivalenta.