

(F9, morgonen må 26 april 2004)

Första ordningens predikatlogik med likhet

Utöver den monadiska predikatlogiken tillkommer:

1. **n-ställiga predikat** $Pt_1 \dots t_n$, ($n = 0, 1, \dots$)

De beskriver **relationer** mellan individer, t.ex.

$\forall x (\sim Txl \rightarrow Tbx)$, "Britta tycker om alla som inte tycker om Lisa"

2. **likhet**, $=$, ett **logiskt predikat**

Det ger bl.a. möjlighet att räkna, t.ex.

$\forall x \exists y \exists z (Txy \& Txz \& \sim y = z)$, "Alla tycker om minst två stycken"

3. **n-ställiga funktioner** $f(t_1, \dots, t_n)$, ($n = 0, 1, \dots$)

Forbes inför inte funktionssymboler, men vi kommer att använda dem senare.

De är inte nödvändiga, men de är praktiska, t.ex.

$\forall x \forall y (>xy \rightarrow \exists z x = +(y, z))$, (normalt skrivet $\forall x \forall y (x > y \rightarrow \exists z x = y + z)$)

"Varje tal som är större än ett annat är summan av detta och ett tredje"

Notera att atomära sentenser och individkonstanter är specialfallen **0-ställiga** predikat och funktioner.

Syntax:

sentenser byggs upp av

n-ställiga funktionssymboler	$a, b, c, \dots, f, g, \dots$
individvariabler	$x, y, z, \dots$
n-ställiga predikatsymboler	$A, B, \dots, F, G, \dots, P, \dots$
konnektiv	$\wedge, \sim, \&, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
kvantifikatorer	$\forall, \exists$
logiskt predikat	$=$
parenteser	$(,)$

I fortsättningen underförstås ofta raden med "begränsning" i rekursiva definitioner.

rekursiv definition av **termer**

bas: $x, y, \dots$ är termer

steg: om $t_1, \dots, t_n$ är termer, så är $f(t_1, \dots, t_n)$ en term; $n = 0, 1, 2, \dots$

rekursiv definition av **formler** (välformade uttryck, wff:ar)

bas: om $t_1, \dots, t_n$ är termer, är $Pt_1 \dots t_n$ och $t_1 = t_2$ wff:ar

steg: om ϕ och ψ är wff:ar, så är $\wedge, \sim \phi, (\phi \& \psi), \dots, \exists x \phi$ också wff:ar

En **sentens** är en wff utan fria variabler.