(F7, on 31 mars)

Monadisk predikatlogik, fortsättning

Semantik:

Minns från förra föreläsningen att en **tolkning** ges av **domänen** $D \neq \varnothing$ och en tilldelning av betydelser till de ickelogiska symbolerna:

symboler	tilldelas värden
$a, \ldots$ individkonstanter	$\mathrm{Ref}(a), \ldots \in D$, individen som $a, \ldots$ refererar till
$F, \ldots$, predikat	$\mathrm{Ext}(F), \ldots \subseteq D$, de individer som $F, \ldots$ gäller för
$A, \ldots$, atomära sentenser	$\mathrm{v}(A), \ldots \in \{0, 1\}$, sanningsvärdena för $A, \ldots$

rekursivt får så alla **sentenser** sanningsvärden,

bas: $A, \ldots$ får värdet $\mathrm{v}(A), \ldots$
$Fa, \ldots$ får värdet 1 omm $\mathrm{Ref}(a) \in \mathrm{Ext}(F), \ldots$

steg: om p och q är sentenser, får $\curlywedge, \sim p, (p \,\&\, q), \ldots$ värden som i satslogiken
om ϕ och ψ är wff:ar utan andra fria variabler än x, får
$\forall x\, \phi$ värdet 1 omm $\phi a, \phi b, \ldots$ **alla** har värdet 1
$\exists x\, \phi$ värdet 1 omm **någon** av $\phi a, \phi b, \ldots$ har värdet 1
($a, b, \ldots$ är här namn (ev. nya) för **alla** element i D,
$\phi a, \phi b, \ldots$ är ϕ med alla **fria** förekomster av x ersatta med $a, b, \ldots$)

Logisk följd, $\vDash$, och **logisk ekvivalens**, $\equiv$, mellan sentenser definieras som i satslogiken.
Ex. $\sim \forall x\, Fx \equiv \exists x \sim Fx$ (båda sanna omm $\mathrm{Ext}(F) \neq D$).
För att visa $p_1, \ldots, p_n \nvDash q$ räcker det (som i satslogiken) att finna en tolkning som gör $p_1, \ldots, p_n$ sanna och q falsk.

Naturlig deduktion:

Nya regler (utöver satslogikens) är reglerna ∀E, ∃I, ∀I, ∃E (de finns alla på insidan av bokens baksida och på formelbladet). Regeln ∃E gås igenom nästa föreläsning. Observera att ∀I-regeln kräver att ett **villkor** är uppfyllt, det saknar motsvarighet i satslogiken. (∃E har ett motsvarande villkor.)

∀E	$a_1, \ldots, a_n$	(j)	$\forall x\, \phi x$			alla (fria) x i ϕx	
		$\vdots$				ersätts med a	(Jfr &E)
	$a_1, \ldots, a_n$	(k)	ϕa	j	∀E		
∃I	$a_1, \ldots, a_n$	(j)	ϕa			vissa a i ϕa	
		$\vdots$				ersätts med x	(Jfr ∨I)
	$a_1, \ldots, a_n$	(k)	$\exists x\, \phi x$	j	∃I		
∀I	$a_1, \ldots, a_n$	(j)	ϕa			alla a i ϕa	
		$\vdots$				ersätts med x	(Jfr &I)
	$a_1, \ldots, a_n$	(k)	$\forall x\, \phi x$	j	∀I		

villkor: a finns inte i sentenserna på rad $(a_1), \ldots, (a_n)$