

(F4, on 24 mars 2004)

Naturlig deduktion för satslogik är ett **härledningssystem** med formella regler (dvs reglerna är **syntaktiska**, de styrs bara av sentensernas **form**).

$$p_1, \dots, p_n \vdash q,$$

" q kan härledas ur $p_1, \dots, p_n$ ", med en härledning:

$$\begin{array}{llll} 1 & (1) & p_1 & \text{premiss} \\ & & \vdots & \vdots \\ n & (n) & p_n & \text{premiss} \\ & & \vdots & \vdots \\ & & \vdots & \text{härledningsregler (formella)} \\ & & \vdots & \text{även } \mathbf{antaganden} \\ & & \vdots & \vdots \\ a_1, \dots, a_k & (r) & q & \dots \text{ där alla } a_i \in \{1, \dots, n\}. \end{array}$$

Längst till vänster står radnummer för de premisser och antaganden som sentensen på raden "grundar sig på" (dvs härletts från).

Inom parentes står radnumret.

Därefter kommer den aktuella sentensen.

Längst till höger så radnummer för de sentenser och namnet på den regel som använts för att få sentensen, eller angivande att det är en premiss.

Det ingår i reglerna precis vad som skall stå i dessa positioner.

Alla härledningsregler finns på insidan av bokens framsida.

På dagens föreläsning behandlades reglerna

$\rightarrow E$, $\& E$, $\& I$, $\rightarrow I$, $\sim E$, $\sim I$, DN, $\vee I$, $\vee E$ samt regeln om antaganden, (utlästa "implikationselimination" (eller "modus ponens"), "och-elimination" eller "konjunktionselimination", "och-introduktion" etc.).

Av dem använder $\rightarrow I$, $\sim I$ och $\vee E$ antaganden.

Observera särskilt den lite annorlunda regeln DN ("dubbel negation").

q är ett **teorem** om $\vdash q$, dvs q kan härledas från ingenting.

Observera noga skillnaden mellan logisk följd, $\models$, och härledbarhet, $\vdash$.

$\models$: **semantiskt**, beror av sentensernas sanningsvärden i olika tolkningar,

$\vdash$: **syntaktiskt**, beror bara av sentensernas form som "abstrakta strängar".