(F3, må 22 mars 2004)

Orientering om **boolesk algebra**:

Alla logiska ekvivalenser kan fås med **satsen**:

Om $q \equiv q'$ och p' fås ur p genom att ersätta delformeln q med q', så $p \equiv p'$ och ett antal "räkneregler", enkla logiska ekvivalenser, t.ex.

$p \,\&\, q \equiv q \,\&\, p$	$p \vee q \equiv q \vee p$	kommutativitet
$(p \,\&\, q) \,\&\, r \equiv p \,\&\, (q \,\&\, r)$	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	associativitet
$p \,\&\, (q \vee r) \equiv (p \,\&\, q) \vee (p \,\&\, r)$	$p \vee (q \,\&\, r) \equiv (p \vee q) \,\&\, (p \vee r)$	distributivitet
$\sim(p \,\&\, q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \,\&\, \sim q$	DeMorgan
$p \,\&\, p \equiv p$	$p \vee p \equiv p$	idempotens
$p \,\&\, (p \vee q) \equiv p$	$p \vee (p \,\&\, q) \equiv p$	absorption
$\sim\sim p \equiv p$		involution
$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \,\&\, (q \rightarrow p)$		$\leftrightarrow$ uttryckt
$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$		$\rightarrow$ uttryckt
$\sim p \equiv p \rightarrow \curlywedge$		$\sim$ uttryckt
$p \,\&\, \sim p \equiv \curlywedge$	$p \vee \sim p \equiv \sim \curlywedge$	komplementaritet
$p \,\&\, \curlywedge \equiv \curlywedge$	$p \vee \sim \curlywedge \equiv \sim \curlywedge$	
$p \,\&\, \sim \curlywedge \equiv p$	$p \vee \curlywedge \equiv p$	

Observera **dualiteten**: Om varken p eller q innehåller $\rightarrow$ eller $\leftrightarrow$ och $p \equiv q$ gäller, så gäller också $d(p) \equiv d(q)$, där $d(p)$ fås ur p genom att byta alla $\& \leftrightarrows \vee$ och alla $\curlywedge \leftrightarrows \sim \curlywedge$.

[Ofta skrivs $\cdot$ (eller ingenting) $, +, ^{-}, 0, 1, =$ för respektive $\&, \vee, \sim, \curlywedge, \sim\curlywedge, \equiv$, så att några av ekvivalenserna i listan skrivs
$(pq)r = p(qr), \quad p + qr = (p+q)(p+r), \quad \overline{pq} = \overline{p} + \overline{q}, \quad p + \overline{p} = 1.$]

$\{\sim, \&, \vee\}$ är en **fullständig mängd** konnektiv,
dvs varje funktion $\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ är sanningsvärdestabell för en sentens med (högst) n olika atomära sentenser och utan andra konnektiv än dessa. (Visas med **disjunktiv normalform**, dnf, eller **konjunktiv normalform**, knf.)

$\{\sim, \&\}, \{\sim, \vee\}, \{\sim, \rightarrow\}, \{\rightarrow, \curlywedge\}$ är också fullständiga mängder av konnektiv, likaså $\{\,|\,\}$, där $p \mid q \equiv \sim(p \,\&\, q)$ ("Sheffer's stroke", "NAND") och $\{\downarrow\}$, där $p \downarrow q \equiv \sim(p \vee q)$ ("NOR").

$\{\&, \vee\}$ och $\{\sim, \leftrightarrow\}$ är däremot **inte** fullständiga mängder konnektiv.