

(F2, fr 19 mars 2004)

**Induktionsbevis** (svarande mot den **rekursiva** definitionen av sentenser) för att visa att alla sentenser har en egenskap:

**bas:** visa att alla atomära sentenser har egenskapen

**steg:** antag att  $p$  och  $q$  har egenskapen,

visa att  $\sim p, p \& q, p \vee q, p \rightarrow q, p \leftrightarrow q$  också har den

(P.s.s. för andra rekursivt definierade mängder, bas och steg i induktionsbeviset motsvarar bas och steg i den rekursiva definitionen av mängden.)

$p \equiv q$ ,  $p$  och  $q$  är **logiskt ekvivalenta**, betyder

att de i **alla tolkningar** har **samma sanningsvärden**.

$p_1, \dots, p_n \models q$ ,  $q$  är en **logisk följd** av  $p_1, \dots, p_n$ , betyder

att  **$q$  är sann i alla modeller för  $\{p_1, \dots, p_n\}$**  (dvs tolkningar som gör alla  $p_1, \dots, p_n$  sanna).

Det gäller

$$p \equiv q \Leftrightarrow (p \models q \text{ och } q \models p) \Leftrightarrow \models p \leftrightarrow q$$

$$p_1, \dots, p_n \models q \Leftrightarrow p_1 \& \dots \& p_n \models q \Leftrightarrow \models (p_1 \& \dots \& p_n) \rightarrow q$$

$$p_1, \dots, p_n \models q \Leftrightarrow \text{ingen tolkning gör } p_1, \dots, p_n \text{ sanna och } q \text{ falsk.}$$

(Kan avgöras med sanningsvärdestabell eller tablåmetoden, se nedan.)

Observera skillnaden mellan  $\leftrightarrow, \equiv, \Leftrightarrow$  (och motsvarande  $\rightarrow, \models, \Rightarrow$ ):

| symbolen          | i språket    | sätts mellan | ger       |
|-------------------|--------------|--------------|-----------|
| $\leftrightarrow$ | satslogikens | sentenser    | sentens   |
| $\equiv$          | metaspråket  | sentenser    | påstående |
| $\Leftrightarrow$ | metaspråket  | påståenden   | påstående |

[med "påstående" menas här ett vanligt påstående, i motsats till en sentens.]

t.ex. är  $p \leftrightarrow q$  en sentens (som kan ha olika sanningsvärde i olika tolkningar), men  $p \equiv q$  är ett (metaspråkligt) påstående (som är sant eller falskt).

En sentens  $p$  kan vara

- **logiskt giltig**, en **tautologi** : sann i alla tolkningar, dvs  $\models p$
- **betingat sann** : sann i vissa, falsk i vissa tolkningar
- **inte satisfierbar**, en **kontradiktion** : falsk i alla tolkningar, dvs  $p \models \perp$

### Tablåmetoden

(ett systematiskt sätt att avgöra om det finns en tolkning som ger givna sentenser givna sanningsvärden)

- (1) sätt de **givna sentenserna** med  $\mathbb{T}$  : eller  $\mathbb{F}$  : under varandra
  - (2) **markera** (med  $\checkmark$ ) sentenser, **skriv till** enligt **tablåreglerna** (Forbes s. 69) i slutet av **varje öppna väg** under den markerade
  - (3) en väg som innehåller  $\mathbb{T} : p$  och  $\mathbb{F} : p$  för något  $p$ , **avslutas**
- (2) och (3) upprepas så länge det går.

Tablå är **sluten** om **alla vägar** är avslutade.

### Tablåsatsen:

Tablå sluter sig inte  $\Leftrightarrow$  det finns en tolkning som ger de givna sentenserna de givna sanningsvärdena.

En sådan tolkning kan "läsas av" i en öppen väg.