(F16, fr 7 maj 2004)

Modallogik (S5), fortsättning

Naturlig deduktion

De nya reglerna $\Box$E, $\Diamond$I, $\Box$I, $\Diamond$E liknar de vanliga $\forall$E, $\exists$I, $\forall$I, $\exists$E. Villkoren på ”nya” namn i $\forall$I, $\exists$E ersätts i $\Box$I, $\Diamond$E av villkor på motsvarande sentenser om **full modalisering**, dvs att alla atomära formler och alla kvantifikatorer måste ”styras av” (dvs finnas inom räckvidden för) någon modaloperator $\Box$ eller $\Diamond$.

Reglerna $\forall$E, $\exists$I, $\forall$I, $\exists$E **modifieras** genom att raden med ϕa i $\forall$-reglerna ersätts av $Ea \to \phi a$ och i $\exists$-reglerna av $Ea \,\&\, \phi a$.

En regel till: **Regeln om möjlig existens** $\Diamond\exists$, som uttrycker att varje individ (referent) existerar i någon värld:

(j) $\Diamond Ea$ $\quad\quad$ $\Diamond\exists$

Allmännare modallogik (ingår inte i vår kurs)

Med en binär relation $\mathcal{R}$ på mängden $\mathcal{W}$ definieras

$$w[\Box p] = 1 \;\Leftrightarrow\; u[p] = 1, \text{ alla } u \text{ med } \mathcal{R}wu$$
$$w[\Diamond p] = 1 \;\Leftrightarrow\; u[p] = 1, \text{ något } u \text{ med } \mathcal{R}wu$$

Man kan säga att $\mathcal{R}wu$ är sann precis om världen u ”syns” från världen w. T.ex. behöver inte $\Box p \vDash p$ gälla om inte $\mathcal{R}$ är reflexiv.

Den modallogik, S5, som vi behandlar ges av att $\mathcal{R}$ är en **ekvivalensrelation**.

För de flesta modallogiker finns **inget** sunt och fullständigt system för naturlig deduktion.

Intuitionistisk logik, början

Ett **alternativ** till ”vanlig”, klassisk logik.

Syntax

Som i klassisk logik.

Semantik

Inga sanningsvärden, det grundläggande begreppet:

sentensen p är **”bestyrkt”** i **informationstillståndet** σ, $\sigma \Vdash p$,
(eng. warrantedly assertable)

En tolkning ges av en mängd S, informationstillstånden. S har en **ordning** $\leq$ som gör S till ett **ordnat träd**, med rot α. $\leq$ beskriver hur ett infotillstånd kan utvecklas.

För varje $\sigma \in S$ finns $warr(\sigma)$, mängden av atomära sentenser som σ bestyrker. De uppfyller

$$\sigma \leq \sigma' \;\Rightarrow\; warr(\sigma) \subseteq warr(\sigma')$$

(Dvs något bestyrkt tas inte tillbaks.)