(F15, to 6 maj 2004)

Modallogik (S5)

Utöver den "vanliga" logiken tillkommer symbolerna $\Box$ och $\Diamond$.
Vi tolkar $\Box p$ som "p är nödvändigtvis sann" och $\Diamond p$ som "p är möjligen sann".

Syntax

p wff $\Rightarrow$ $\Box p, \Diamond p$ wff:ar.

Semantik

$\mathcal{W} = \{w^*, u_1, \ldots\}$, mängden av **möjliga världar**.
w^* kallas den *verkliga världen*

$$
\begin{aligned}
p \text{ sann i tolkningen} \quad &\Leftrightarrow \quad w^*[p] = 1 \\
w[\Box p] = 1 \quad &\Leftrightarrow \quad u[p] = 1, \ \textbf{alla } u \in \mathcal{W} \\
w[\Diamond p] = 1 \quad &\Leftrightarrow \quad u[p] = 1, \ \textbf{något } u \in \mathcal{W}
\end{aligned}
$$

Satslogik

En värld w ges av en "klassisk" tolkning, dvs en funktion som ger sanningsvärden till alla atomära sentenser (och med vanliga semantiska regler och reglerna för $\Box p$ och $\Diamond p$ därmed till alla sentenser):

$$w : \{A, B, C, \ldots\} \to \{0, 1\}$$

Predikatlogik

Domänen $D \neq \varnothing$ innehåller alla *möjliga individer*, dvs de som finns i någon värld.

De individer som finns i w : $w(D) \subseteq D = \bigcup_{w \in \mathcal{W}} w(D)$. $\quad w(D)$ kan vara $\varnothing$.

$$
\begin{aligned}
w[\forall x\, \phi x] = 1 \quad &\Leftrightarrow \quad w[\phi t] = 1 \text{ för alla } t \text{ med } w[t] \in w(D) \\
w[\exists x\, \phi x] = 1 \quad &\Leftrightarrow \quad w[\phi t] = 1 \text{ för något } t \text{ med } w[t] \in w(D)
\end{aligned}
$$

Existenspredikat: $Et \stackrel{\text{def}}{=} \exists x\, x = t$

Naturlig deduktion

De nya reglerna $\Box$E, $\Diamond$I, $\Box$I, $\Diamond$E liknar de vanliga $\forall$E, $\exists$I, $\forall$I, $\exists$E. Villkoren på "nya" namn i $\forall$I, $\exists$E ersätts av villkor om **full modalisering**.

Reglerna $\forall$E, $\exists$I, $\forall$I, $\exists$E för predikatlogik presenteras nästa föreläsning.