

(F12, fr 30 april 2004)

Sats (Sundhets- och fullständighetssatsen):

Naturlig deduktion för första ordningens predikatlogik med likhet är ett **sunt** ($\Rightarrow$) och **fullständigt** ($\Leftarrow$) härledningssystem, dvs för varje (ändlig eller oändlig) sentensmängd Γ och varje sentens q gäller

$$\Gamma \vdash q \Leftrightarrow \Gamma \models q$$

Ekvivalent: för varje sentensmängd Δ gäller

$$\Delta \not\models \perp \Leftrightarrow \Delta \not\vdash \perp$$

$$(\Delta \text{ har en modell} \Leftrightarrow \Delta \text{ är konsistent.})$$

En sentensmängd Γ kallas **avgörbar** om det finns en algoritm som, givet en sentens p , korrekt kan avgöra om $p \in \Gamma$.

En sentensmängd Γ kallas **effektivt uppräknelig** om det finns ett ”mekaniskt” sätt att **generera**, dvs räkna upp, precis alla sentenser i Γ .

Ett logiskt system kallas avgörbart om dess logiskt giltiga sentenser är en avgörbar mängd (ekvivalent: om någon algoritm givet $p_1, \dots, p_n$ och q kan avgöra om $p_1, \dots, p_n \vdash q$).

Satslogik och **monadisk predikatlogik** är avgörbara.

Allmän (första ordningens) **predikatlogik** är **inte avgörbar**, men den är **effektivt uppräknelig**.