Institutionen för matematik
KTH
Bengt Ek

$$\exists x\,((B\to A)\to Gx)\ \&$$
$$\forall x\,(Gx\to\sim(B\to A))$$

Kontrollskrivning 3 i 5B1928 Logik för D1, version B
torsdag 13 maj 2004, klockan 10.15-11.00

Inga hjälpmedel tillåtna.
För godkänt krävs 5 poäng.

Bara väl motiverade lösningar ger full poäng.
I uppgift 1 **skall** tablåmetoden användas och i uppgift 2 **skall** naturlig deduktion (utan SI-regler) användas.
Uppgifterna har inte avsiktligt placerats i svårighetsordning.

1) (3p) Avgör med tablåmetoden om följande gäller. Om det inte gäller, använd tablån för att finna en tolkning som visar detta.

$$\forall x\,(Fx\vee Kx),\ \exists x\,(Fx\,\&\,Kx)\ \vDash\ \sim\exists x\,(Kx\to\sim Fx).$$

2) (3p) Visa med naturlig deduktion (**utan** SI-regler)

$$\exists x\,Sxx\ \vdash\ \sim\forall x\,\forall y\,(Sxy\to x\neq y).$$

('$x\neq y$' står här förstås för '$\sim x=y$')
Om du använder någon av de kvantifikatorregler som medför särskilda villkor, ange tydligt vad villkoren säger i ditt fall.

3) På mängden av alla individkonstanter i ett visst första ordningens predikatlogiskt språk definieras den binära relationen $\mathcal{R}$ av att:

$$\mathcal{R}tu \text{ är sann precis om } \Delta\ \vdash\ t=u,$$

där Δ är en given sentensmängd i det aktuella språket. $\vdash$ står för härledning med naturlig deduktion.
Visa att $\mathcal{R}$ är en **ekvivalensrelation**.
Det skall klart framgå av lösningen vad det innebär att $\mathcal{R}$ är en ekvivalensrelation. Observera att det står $\vdash$, inte $\vDash$. Man får inte utnyttja sundhets- och fullständighetssatsen (utan att bevisa den).

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.