Institutionen för matematik
KTH
Bengt Ek

$$\exists x\,((A \to B) \to Fx)\ \&$$
$$\forall x\,(Fx \to \sim(A \to B))$$

Kontrollskrivning 3 i 5B1928 Logik för D1, version A
torsdag 13 maj 2004, klockan 10.15-11.00

Inga hjälpmedel tillåtna.
För godkänt krävs 5 poäng.

Bara väl motiverade lösningar ger full poäng.
I uppgift 1 **skall** tablåmetoden användas och i uppgift 2 **skall** naturlig deduktion (utan SI-regler) användas.
Uppgifterna har inte avsiktligt placerats i svårighetsordning.

1) (3p) Avgör med tablåmetoden om följande gäller. Om det inte gäller, använd tablån för att finna en tolkning som visar detta.

$$\exists x\,(Hx \to \sim Gx),\ \forall x\,(Gx \vee Hx)\ \vDash\ \sim\exists x\,(Gx\ \&\ Hx).$$

2) (3p) Visa med naturlig deduktion (**utan** SI-regler)

$$\forall x\,\forall y\,(Rxy \to x \neq y)\ \vdash\ \sim\exists x\,Rxx.$$

('$x \neq y$' står här förstås för '$\sim x = y$')
Om du använder någon av de kvantifikatorregler som medför särskilda villkor, ange tydligt vad villkoren säger i ditt fall.

3) Låt Γ vara en mängd sentenser i första ordningens predikatlogik med likhet. Betrakta den binära relationen $\mathcal{S}$ definierad på mängden av alla individkonstanter i språket av att:

$$\mathcal{S}tu \text{ är sann precis om } \Gamma\ \vdash\ t = u$$

$\vdash$ står här för härledning med naturlig deduktion.
Visa att $\mathcal{S}$ är en **ekvivalensrelation**.
Det skall klart framgå av lösningen vad det innebär att $\mathcal{S}$ är en ekvivalensrelation. Observera att det står $\vdash$, inte $\vDash$. Man får inte utnyttja sundhets- och fullständighetssatsen (utan att bevisa den).

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.