

Svar till KS1 i Logik för D1, 2 april 2004

A1) Vi har $p_1 : (A \vee \sim B) \rightarrow \sim (A \rightarrow B)$ och $p_2 : \sim ((\sim A \leftrightarrow B) \& B)$, vilka får sanningsvärdestabeller enligt de två första inramade nedan.

Villkoren $p \models p_1$ och $\sim p \models p_2$ ger att p_1 måste ha värdet 1 då p har värdet 1, dvs p har värdet 0 då p_1 har värdet 0 och pss har $\sim p$ värdet 0, dvs p värdet 1, då p_2 har värdet 0. Detta bestämmer tabellen för p , utom att positionen markerad med * är godtycklig, 0 eller 1. (Man kan alltså antingen ha $p \equiv \sim(A \leftrightarrow B)$ eller $p \equiv \sim(B \rightarrow A)$.)

Sanningsvärdestabeller:

A	B	$(A \vee \sim B)$	$\rightarrow$	$\sim$	$(A \rightarrow B)$	$\sim$	$((\sim A \leftrightarrow B) \& B)$	p
1	1	1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0	*
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0	0

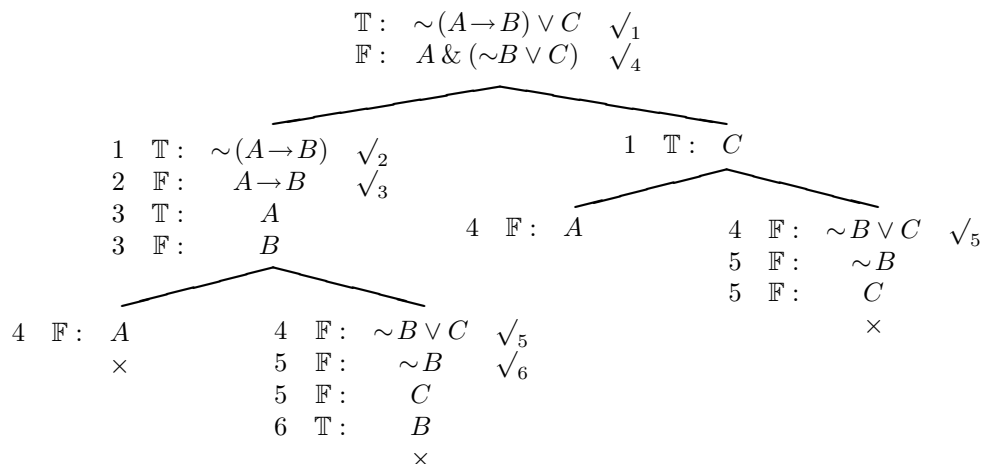
B1) Vi har $p_1 : (\sim A \vee B) \rightarrow \sim (B \rightarrow A)$ och $p_2 : \sim (A \& (A \leftrightarrow \sim B))$, vilka får sanningsvärdestabeller enligt de två första inramade nedan.

Villkoren $p \models p_1$ och $\sim p \models p_2$ ger att p_1 måste ha värdet 1 då p har värdet 1, dvs p har värdet 0 då p_1 har värdet 0 och pss har $\sim p$ värdet 0, dvs p värdet 1, då p_2 har värdet 0. Detta bestämmer tabellen för p , utom att positionen markerad med * är godtycklig, 0 eller 1. (Man kan alltså antingen ha $p \equiv \sim(A \leftrightarrow B)$ eller $p \equiv \sim(A \rightarrow B)$.)

Sanningsvärdestabeller:

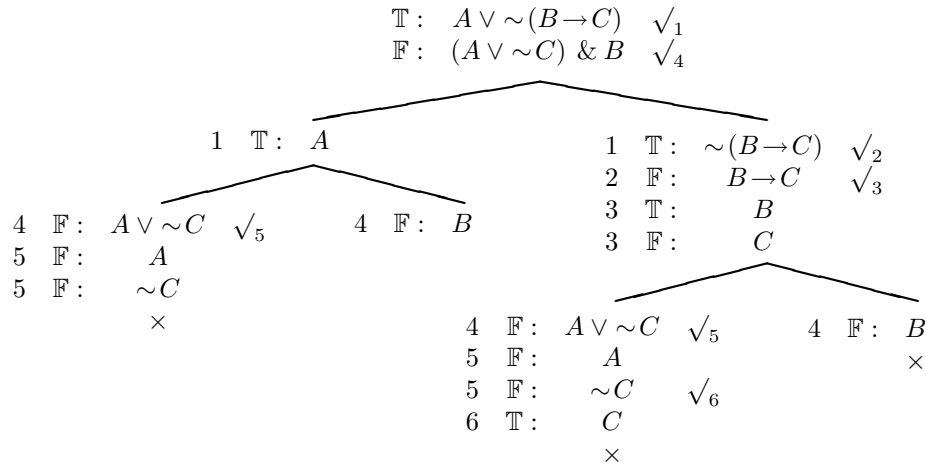
A	B	$(\sim A \vee B)$	$\rightarrow$	$\sim$	$(B \rightarrow A)$	$\sim$	$(A \& (A \leftrightarrow \sim B))$	p
1	1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	*
0	0	1	1	0	1	1	0	0

A2) Tablå för $\sim(A \rightarrow B) \vee C \models A \& (\sim B \vee C)$:



Tablå slutar sig inte, så slutledningen är **inte giltig**, vi har $\not\models$. En tolkning som visar det läses av i den öppna vägen: $v(A) = 0, v(C) = 1, v(B)$ godtycklig.

B2) Tablå för $A \vee \sim(B \rightarrow C) \models (A \vee \sim C) \& B$:



Tablåen sluter sig inte, så slutledningen är **inte giltig**, vi har $\not\models$. En tolkning som visar det läses av i den öppna vägen: $v(A) = 1, v(B) = 0, v(C)$ godtycklig.

A3) Vi skall visa att $(A \& B) \rightarrow C, \sim(A \rightarrow C) \vdash \sim B$.

Idé: Antag B (för att använda $\sim$ I) och visa $A \rightarrow C$ genom att använda $\rightarrow$ I, dvs antag A och visa C .

- | | | | |
|-------|-----|-------------------------|---------------------|
| 1 | (1) | (A & B) $\rightarrow$ C | premiss |
| 2 | (2) | $\sim(A \rightarrow C)$ | premiss |
| 3 | (3) | B | antagande |
| 4 | (4) | A | antagande |
| 3,4 | (5) | A & B | 4,3 &I |
| 1,3,4 | (6) | C | 1,5 $\rightarrow$ E |
| 1,3 | (7) | A $\rightarrow$ C | 4,6 $\rightarrow$ I |
| 1,2,3 | (8) | $\wedge$ | 2,7 $\sim$ E |
| 1,2 | (9) | $\sim B$ | 3,8 $\sim$ I |

Eftersom den önskade sentensen på rad 9 bara beror av premisserna på raderna 1 och 2 är beviset klart.

B3) Vi skall visa att $\sim(A \rightarrow B), (A \& C) \rightarrow B \vdash \sim C$.

Idé: Antag C (för att använda $\sim$ I) och visa $A \rightarrow B$ genom att använda $\rightarrow$ I, dvs antag A och visa B .

- | | | | |
|-------|-----|-------------------------|---------------------|
| 1 | (1) | (A & C) $\rightarrow$ B | premiss |
| 2 | (2) | $\sim(A \rightarrow B)$ | premiss |
| 3 | (3) | C | antagande |
| 4 | (4) | A | antagande |
| 3,4 | (5) | A & C | 4,3 &I |
| 2,3,4 | (6) | B | 2,5 $\rightarrow$ E |
| 2,3 | (7) | A $\rightarrow$ B | 4,6 $\rightarrow$ I |
| 1,2,3 | (8) | $\wedge$ | 1,7 $\sim$ E |
| 1,2 | (9) | $\sim C$ | 3,8 $\sim$ I |

Eftersom den önskade sentensen på rad 9 bara beror av premisserna på raderna 1 och 2 är beviset klart.