

Planära grafer, forts.

En **regelbunden polyeder** (en platonsk kropp):

alla sidoytor regelbundna m -hörningar, alla hörn kongruenta, valens n .

Det motsvarar en "dubbelt reguljär" plan, sammanhängande graf:

alla ytor har **m kanter**, alla hörn har **valens n** .

Enda möjliga sådana (med $n \geq 3$):

m	n	v	e	r	motsvarande polyeder
3	5	12	30	20	ikosaeder
3	4	6	12	8	oktaeder
3	3	4	6	4	tetraeder
4	3	8	12	6	hexaeder (kub)
5	3	20	30	12	dodekaeder

Duala grafen (inte säkert en enkel graf, även om G är det) $G^\perp$ till en plan graf G :

ett hörn i var och en av G 's ytor

en kant genom var och en av G 's kanter

För varje (plan) graf är $G^\perp$ (plan och) sammanhängande.

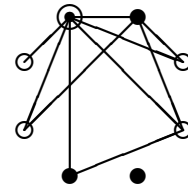
Om G är (plan och) sammanhängande, är $v^\perp = r$, $e^\perp = e$, $r^\perp = v$

och $(G^\perp)^\perp$ är isomorf med G .

En **hörfärgning** av grafen $G = (V, E)$:

en funktion $c : V \rightarrow \mathbb{N}$

så att $\{x, y\} \in E \Rightarrow c(x) \neq c(y)$



$\chi(G) = 3$

Kromatiska talet $\chi(G)$ för G :

minsta antalet färger som G kan hörfärgas med

En **girig algoritm** för att approximera $\chi(G)$ (ger en överskattning av $\chi(G)$):

1. ordna hörnen: $v_1, v_2, \dots, v_n$

2. välj i ordning $c(v_1), c(v_2), \dots$ minsta möjliga, givet de redan valda

Sats: G har maxvalens $k \Rightarrow$

· $\chi(G) \leq k + 1$

· om G sammanhängande och inte reguljär så $\chi(G) \leq k$

Med Eulers polyederformel visas:

Sats: En planär graf har hörn med valens ≤ 5 .

Fyrfärgssatsen: G planär $\Rightarrow \chi(G) \leq 4$

(Då fyrfärgssatsen uppfattas som en sats om att färga områden på en karta är G i satsen den duala grafen till grafen som har landsgränserna som kanter och deras mötespunkter som hörn.)

På föreläsningen visades sexfärgssatsen och femfärgssatsen (med induktion över $|V|$).