

(SF1662 Diskret matte, vt17: F10, on 15 feb 2017)

Ordnat urval med eller utan upprepning ("återläggning")

Om X, Y är ändliga mängder, $|X| = m, |Y| = n$:

Sats: Antalet funktioner $f: X \rightarrow Y$

= antalet element i $Y^m = Y \times Y \times \cdots \times Y$ (m st)

= antalet ord av längd m i Y

= antalet **ordnade** val med upprepning (tillåten) av m st ur Y

$$= n^m = |\mathbf{Y}|^{|\mathbf{X}|}$$

Sats: Antalet injektjoner $f: X \rightarrow Y$

= antalet ord av längd m i Y utan upprepning

= antalet **ordnade** val utan upprepning av m st ur Y

$$= n(n-1)\dots(n-m+1) = (n)_m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Följdsats: Antalet bijektioner $f : X \rightarrow Y$

$$= \begin{cases} n! = n(n-1) \dots 2 \cdot 1 & \text{om } |X| = |Y| \quad (\text{Specialfall av föregående}) \\ 0 & \text{annars} \quad (\text{enligt definitionen av } |X| = |Y|) \end{cases}$$

Oordnat urval utan upprepning

Antalet k -delmängder till en n -mängd =

= antalet **oordnade** val av k st från en n -mängd, **utan upprepning** =

= **binomialtalet** $\binom{n}{k}$, läses "n över k" (eng. "n choose k")

Rekursivt:

Pascals triangel:

$$\begin{cases} \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}, & k, n \in \mathbb{N} \\ \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1, & n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Sats: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} = \frac{(n)_k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Binomialsatsen: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

Multinomialtal: $\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!} \quad (k_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^m k_i = n)$

= antalet sätt fördela n (olika) element i m (olika) lådor, med k_i st i låda i

= antalet sätt att **ordna** en **multimängd** som har k_i exemplar av element i

= antalet funktioner $f: [n] \rightarrow [m]$ som antar värdet i precis k_i gånger,

(där $[r] = \{1, 2, \dots, r\}$)

Multinomialsatsen:

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\substack{\sum k_i = n \\ k_i \geq 0}} \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_m^{k_m}$$