

Vi börjar med **kombinatorik**.

Additionsprincipen: Om A, B ändliga, **disjunkta** (dvs $A \cap B = \emptyset$) gäller

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

Allmännare: $|A_1 \cup \dots \cup A_n| = |A_1| + \dots + |A_n|$ om $A_i \cap A_j = \emptyset$ då $i \neq j$

Viktig användning av additionsprincipen:

Antalet **med** en viss egenskap = **totala** antalet – antalet **utan** egenskapen.

Ett **exempel** (DM5.90+) som utnyttjar additionsprincipen:
Låt $s, t \in \mathbb{Z}_+$ och $r(s, t)$ vara det minsta antalet personer man måste samla för att vara säker på att det antingen finns s personer som alla parvis känner varandra eller t personer så att inga av dem känner varandra. (Vi antar att relationen ” x känner y ” är symmetrisk.)
På föreläsningen visades att $r(3, 3) = 6$.
 $r(s, t)$ kallas **ramseytal** och är ändliga tal för alla s, t , men de är förvånansvärt svåra att finna.
Det gäller (varför?) att $r(s, t) = r(t, s)$ och $r(2, t) = t$ för alla $s, t \in \mathbb{Z}_+$, men utöver dem är bara 9 olika värden kända.
Man kan läsa mer om ramseytal t.ex. under ”Ramsey’s theorem” på Wikipedia.

Sats: Om $S \subseteq X \times Y$, X, Y ändliga,

$$|S| = \sum_{x \in X} r_x(S) = \sum_{y \in Y} c_y(S)$$

där **radsumman** $r_x(S) = |\{y \in Y \mid (x, y) \in S\}|$

och **kolumnsumman** $c_y(S) = |\{x \in X \mid (x, y) \in S\}|$

Speciellt

$$|X \times Y| = |X| |Y| \quad \text{multiplikationsprincipen}$$

Sannolikheter

Om (Ω) är ändligt och alla $\omega \in \Omega$ (utfallsrummet) har samma sannolikhet (lika-fördelning), är sannolikheten för händelsen $A \subseteq \Omega$:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}.$$

För två händelser A och B gäller $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$,
för **disjunkta** A, B , dvs $A \cap B = \emptyset$, gäller **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$** .

Händelserna A och B kallas **oberoende** om $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Sannolikheten för A , **betingat** att B inträffar: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

(= $P(A)$ precis om A, B är oberoende).