

Produktmängden av A och B

$X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\}$, där (x, y) är det **ordnade paret** av x och y .

Relationer

Om $\mathcal{R}$ är en **binär relation** på mängden X är, för alla $a, b \in X$, $a\mathcal{R}b$ antingen **sann eller falsk**.

Relationen $\mathcal{R}$ kan beskrivas med

- En **delmängd** till $X^2 = X \times X$, $\{(a, b) \in X^2 \mid a\mathcal{R}b\}$
- En **graf** med punkter svarande mot elementen i X och en pil från a till b precis om $a\mathcal{R}b$
- En **matris** med rader och kolonner svarande mot X :s element, 1 i position ab om $a\mathcal{R}b$, 0 annars

Viktiga **egenskaper** för binära relationer:

$\mathcal{R}$ är **reflexiv** omm $x\mathcal{R}x$ för alla $x \in X$
 $\mathcal{R}$ är **symmetrisk** omm $x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$ för alla $x, y \in X$
 $\mathcal{R}$ är **antisymmetrisk** omm $x\mathcal{R}y$ och $y\mathcal{R}x \Rightarrow x = y$ för alla $x, y \in X$
 $\mathcal{R}$ är **transitiv** omm $x\mathcal{R}y$ och $y\mathcal{R}z \Rightarrow x\mathcal{R}z$ för alla $x, y, z \in X$

En **ekvivalensrelation** på en mängd X är en relation $\mathcal{R}$ som är **reflexiv, symmetrisk och transitiv**.

En ekvivalensrelation delar in X i **ekvivalensklasser** av element som står i relationen till varandra: $\mathcal{C}_x = [x] = \{y \in X \mid y\mathcal{R}x\}$

En (icke-strikt) **partialordning** är en relation på en mängd X som är **reflexiv, antisymmetrisk och transitiv**.

En strikt partialordning är en binär relation som är **irreflexiv och transitiv**

($\mathcal{R}$ är irreflexiv omm $x\not\mathcal{R}x$ (dvs $x\mathcal{R}x$ falsk) för alla $x \in X$).

Till varje icke-strikt partialordning $\mathcal{R}_i$ finns en motsvarande strikt $\mathcal{R}_s$, given av $x\mathcal{R}_s y \Leftrightarrow (x\mathcal{R}_i y \text{ och } x \neq y)$ och omvänt, $x\mathcal{R}_i y \Leftrightarrow (x\mathcal{R}_s y \text{ eller } x = y)$.

Om $\preceq$ är en (icke-strikt) partialordning på mängden X och $a \in A \subseteq X$ är a ett **minimalt** element i A omm det inte finns $x \in A$ med $x \preceq a$, $x \neq a$
ett **minsta** element i A omm $a \preceq x$ för alla $x \in A$,
motsvarande för **maximala** och **största** element.

Om $a, b, c \in X$ och $c \preceq a$, $c \preceq b$ kallas c en **undre begränsning** till a , b ,
motsvarande för **övre begränsning**.

Om $\preceq$ betecknar $\mid$, delbarhet, betyder undre begränsning alltså gemensam delare, medan övre begränsning betyder gemensam multipel. För godtyckliga $\preceq$ behöver det inte för alla a, b finnas någon **största** undre begränsning eller **minsta** övre begränsning (motsvarande sgd och mgm).