(SF1662 Diskret matte, vt15: F9, ti 17 feb 2015)

Vi börjar med **kombinatorik**.

Additionsprincipen: Om A, B **ändliga, disjunkta** (dvs $A \cap B = \varnothing$) gäller

$$\boldsymbol{|A \cup B| = |A| + |B|}$$

Allmännare: $|A_1 \cup \cdots \cup A_n| = |A_1| + \cdots + |A_n|$ om $A_i \cap A_j = \varnothing$ då $i \neq j$

Viktig användning av additionsprincipen:
Antalet **med** en viss egenskap = **totala** antalet − antalet **utan** egenskapen.

> Ett **exempel** (DM5.90+) som utnyttjar additionsprincipen:
> Låt $s, t \in \mathbb{Z}_+$ och $r(s,t)$ vara det minsta antalet personer man måste samla för att vara säker på att det antingen finns s personer som alla parvis känner varandra eller t personer så att inga av dem känner varandra. (Vi antar att relationen "x känner y" är symmetrisk.)
> På föreläsningen visades att $r(3,3) = 6$.
> $r(s,t)$ kallas **ramseytal** och är ändliga tal för alla s, t, men de är förvånansvärt svåra att finna.
> Det gäller (varför?) att $r(s,t) = r(t,s)$ och $r(2,t) = t$ för alla $s, t \in \mathbb{Z}_+$, men utöver dem är bara 9 olika värden kända.
> Man kan läsa mer om ramseytal t.ex. under "Ramsey's theorem" på Wikipedia.

Sats: Om $S \subseteq X \times Y$, X, Y ändliga,

$|S| = \sum_{x \in X} r_x(S) = \sum_{y \in Y} c_y(S)$

där **radsumman** $r_x(S) = |\{y \in Y \mid (x,y) \in S\}|$
och **kolumnsumman** $c_y(S) = |\{x \in X \mid (x,y) \in S\}|$

Speciellt

$\boldsymbol{|X \times Y| = |X|\,|Y|}$ **multiplikationsprincipen**

Sannolikheter (hanns inte fö 9)

Om alla $\omega \in \Omega$ (utfallsrummet) har samma sannolikhet (likafördelning), är sannolikheten för händelsen $A \subseteq \Omega$:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}.$$

För två händelser A och B gäller $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$,
för **disjunkta** A, B, dvs $A \cap B = \varnothing$, gäller $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$.
Händelserna A och B kallas **oberoende** om $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
Sannolikheten för A, **betingat** att B inträffar: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
($= P(A)$ precis om A, B är oberoende).