

(SF1662 Diskret matte CL1, vt12: F14, fr 23 mars 2012)

En **partition av ett naturligt tal n** (inte detsamma som en partition av en mängd):

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k, \quad n_1 \geq n_2 \geq \cdots \geq n_k \geq 1$$

Kan ses som en partition av n st **identiska** (inte särskiljbara) objekt.

Ett exempel på samband mellan antalen partitioner av olika slag:

Antalet partitioner av n i högst m delar =

antalet partitioner av n i delar som alla är $\leq m$.

Permutationer

En permutation (av mängden X) är en bijektion $\pi : X \rightarrow X$

$S_n : \{\text{alla permutationer av } [n] = \{1, 2, \dots, n\}\}, \quad |S_n| = n!$

För $\pi, \sigma \in S_n$ definierar vi **produkten $\pi\sigma$** som sammansättningen av funktionerna π och σ .

För alla $\pi, \sigma, \tau \in S_n$ gäller då

$$\begin{cases} \pi\sigma \in S_n, & \text{slutenhet} \\ \pi(\sigma\tau) = (\pi\sigma)\tau, & \text{associativitet} \\ \text{det finns ett id} \in S_n \text{ så att } \pi \text{id} = \text{id} \pi = \pi, & \text{identitetslement} \\ \text{det finns ett } \pi^{-1} \in S_n \text{ så att } \pi\pi^{-1} = \pi^{-1}\pi = \text{id}, & \text{invers} \end{cases}$$

id är identitetsfunktionen på $[n]$, $\text{id}(i) = i$ för alla $i \in [n]$.

π^{-1} är inversfunktionen till π .

Beteckningar för π :

Tvåradnotation: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & i & \dots & k & \dots & j & \dots & n \\ l & \dots & \dots & j & \dots & i & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$

Enradnotation: $[l \ \dots \ \dots \ j \ \dots \ i \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots]$

Cykelnotation: $(1 \ l \ \dots)(i \ j \ \dots k) \dots$

Då $\pi(1) = l, \dots, \pi(i) = j, \dots, \pi(k) = i, \dots$

Ordningen $o(\pi)$ för permutationen $\pi \in S_n$ definieras som det minsta $m \in \mathbb{Z}_+$ så att $\pi^m = \text{id}$.

$\pi^m = \text{id}$ om och endast om alla π :s cykellängder är delare till m (eftersom alla cykler i π måste "snurra" ett helt antal varv), så $o(\pi)$ är **minsta gemensamma multipeln** för cykellängderna i π .