

(Diskret matte CL, vt10: F17, on 28 april 2010)

Grafen G är **sammanhängande** om två godtyckliga hörn kan förbindas med en vandring/väg/stig.

En **komponent** av grafen: en maximal sammanhängande del.

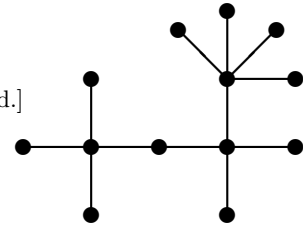
Ett **träd** $T = (V, E)$ är en **sammanhängande** graf **utan cykler**.

I ett träd:

- $x, y \in V \Rightarrow$ det finns en **unik stig** från x till y i T

[Detta kan användas som en alternativ **definition** av ett träd.]

- om en kant i E tas bort, återstår två träd
- $|E| = |V| - 1$ (om $V \neq \emptyset$)



För varje sammanhängande graf $G = (V, E)$ finns ett **spännande träd**,
dvs ett träd $T = (V, E')$ med $E' \subseteq E$.

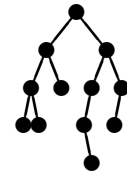
Om G är **viktad**, dvs för varje $e \in E$ finns en **vikt** $w(e)$, kan problemet att finna ett **minimalt spännande träd**, ett med minimal total vikt, lösas med en **girig algoritm** (Kruskal): Starta med $(V, \emptyset)$

Upprepa så länge det går:

Lägg till e från E med minimal $w(e)$ bland dem
som inte ger någon cykel med de redan valda.

Binära rotade träd

har ett hörn som utsetts till **rot** och i varje hörn finns plats för ett "vänsterbarn" och ett "högerbarn". De används särskilt för **sökning** och **lagring** med ordnade data.



Planära grafer

En **plan graf**: En "konkret graf" i planet vars kanter inte korsar varandra

En **planär graf**: En graf som är isomorf med en plan graf,
dvs den **kan ritas** i planet utan att kanter korsas

Sats: (Eulers polyederformel): Om en sammanhängande plan graf har v hörn, e kanter och r ytor gäller

$$v - e + r = 2$$

Allmännare: Om grafen har c komponenter gäller

$$v - e + r - c = 1$$