

Sist
F19

En grupp G verkar på en mängd X :

$$\varphi: G \times X \rightarrow X$$

$$\varphi(g, x) = gx$$

så att

$$(gh)x = g(hx)$$

$$1x = x$$

$$g, h \in G \\ x \in X$$

g ger då en bijektion $X \rightarrow X$

Stabilisatorn för $x \in X$

$$G_x = \{g \in G \mid gx = x\},$$

en delgrupp till G

banan för $x \in X$

$$Gx = \{gx \mid g \in G\},$$

en delmängd till X

Banorna ger en partition av X .

Med $G_{x \rightarrow y} = \{g \in G \mid y = gx\}$

Sats: Om $h \in G_{x \rightarrow y}$: $G_{x \rightarrow y} = hG_x = G_yh$

$$|G_{x \rightarrow y}| = \begin{cases} |G_x| = |G_y| & \text{om } y \in Gx \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

$$|G| = |G_x| |Gx|$$

Burnsides lemma:

Antalet banor är $\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X_g|$,

där $X_g = \{x \in X \mid gx = x\}$

Om G verkar på mängden M och

X är mängden av färgningar av M (C^M):

G verkar på X enligt

$$(gx)(m) = x(g^{-1}m)$$

