Sist F14

Om $\pi \in S_n$ är π:s **ordning**, det minsta $m > 0$ med $\pi^m = id$,

$m = o(\pi) = \text{mgm (cykellängderna)}$

Permutationer $\alpha, \beta \in S_n$ kallas **konjugerade** om $\beta = \sigma \alpha \sigma^{-1}$, något $\sigma \in S_n$.

En **ekvivalensrelation** på S_n

Sats: α och β är **konjugerade** omm de har **samma cykelstruktur**

$$\begin{tikzcd}
x_1 \arrow[r, "\alpha"] \arrow[d, "\sigma"'] & x_2 \arrow[r, "\alpha"] \arrow[d, "\sigma"'] & \cdots & x_k \arrow[lll, bend right, "\alpha"'] \arrow[d, "\sigma"'] \\
y_1 \arrow[r, "\beta"] & y_2 \arrow[r, "\beta"] & \cdots & y_k \arrow[lll, bend left, "\beta"]
\end{tikzcd}$$

för varje cykel

Ekvivalensklasser av konjugerade permutationer motsvarar bijektivt partitioner av n

En transposition: $\tau = (a\ b) \in S_n$, $a \neq b$

För alla $\pi \in S_n$: $\pi = \tau_r \tau_{r-1} \cdots \tau_1$, några τ_i transpos.

Sats: Om $\pi = \tau_r \cdots \tau_2 \tau_1 = \tau'_{r'} \cdots \tau'_2 \tau'_1$

har r och r' samma paritet

Def: π är en jämn / udda permutation om r är jämnt / udda

Tecknet för $\pi \in S_n$: $\operatorname{sgn} \pi = (-1)^r = \pm 1$ (j / u)

då $\pi = \tau_r \cdots \tau_2 \tau_1$

$$\begin{cases} \operatorname{sgn} \pi\sigma = \operatorname{sgn}\pi \cdot \operatorname{sgn}\sigma \\ \operatorname{sgn} \pi^{-1} = \operatorname{sgn}\pi \end{cases}$$

$\operatorname{sgn} \sigma\alpha\sigma^{-1} = \operatorname{sgn}\alpha$, samma paritet

i hela konjugatklassen

$\operatorname{sgn}(x_1 \ldots x_k) = (-1)^{k-1}$

cykler av jämn längd är udda

π av typ $[1^{\alpha_1} 2^{\alpha_2} \ldots]$, totalt $c(\pi)$ cykler

har $\operatorname{sgn} \pi = (-1)^{\alpha_2 + \alpha_4 + \ldots} = (-1)^{n - c(\pi)}$

udda

En jämn permutation är en med

udda

ett jämnt antal cykler med jämn längd

Sats: I S_n $(n \geq 2)$ är hälften jämna, hälften udda