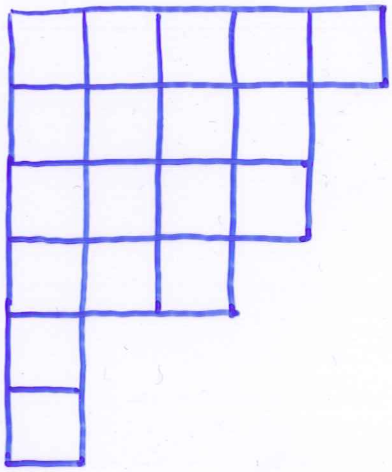
Sist
F13

En partition av $n \in \mathbb{N}$:

$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$, $\quad n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_k \geq 1$



Youngtablå för

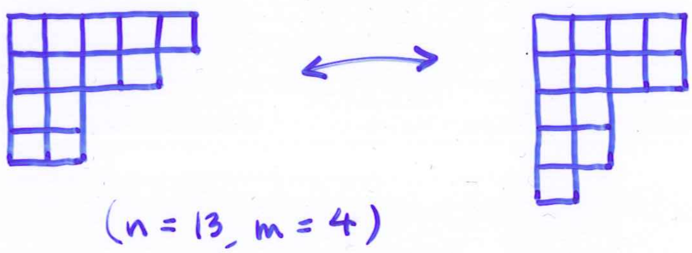
$18 = 5+4+4+3+1+1$

$[1^2\ 3\ 4^2\ 5]$

Ex. Antalet partitioner av n i exakt m delar =

= " " " " med största delen = m

ty konjugering av tablån ger en bijektion:



$(n = 13,\ m = 4)$

En permutation är en bijektion

$$\pi : X \to X$$

S_n = {permutationer av $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$}

$$|S_n| = n!$$

$(S_n, \circ)$ är en grupp

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & i & \dots & k & \dots & j & \dots & n \\ l & & \dots & j & \dots & i & & \dots & & \end{pmatrix}$$

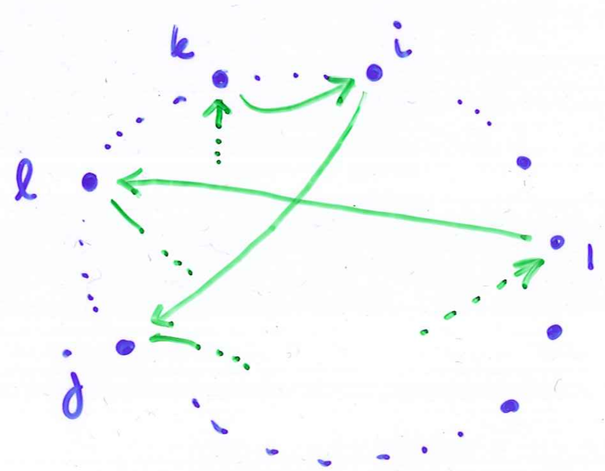
tvåradsnotation

$$[\, l \;\; .. \;\; j \;\; .. \;\; i \;\; \dots \,]$$

enradsnotation

$$(1\, l \dots)(i\, j \dots k) \dots$$

cykelnotation



Produkten av $\pi, \sigma \in S_n$:

$\pi\sigma$, sammansättningen av fl-erna

$$\left.\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ i & j & k & \cdots & \\ r & s & t & \cdots & \end{pmatrix}\begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}1\\i\end{matrix}}\right\}\sigma \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}i\\r\end{matrix}}\right\}\pi \end{matrix}\right.$$ – (med omkastade kolumner)

eller

$$\underbrace{(1 \ \ldots)(i r \ldots)(\ \ldots)}_{\pi}\ \underbrace{(1\ i \ \ldots)(\ldots 2 j \ldots)\ldots}_{\sigma} =$$

$$= \underbrace{(1 \ r \ \ldots)(\ \ldots)\ldots}_{\pi\sigma}$$

För $\pi, \sigma, \tau \in S_n$:

$$\begin{cases} \pi\sigma \in S_n \\ \pi(\sigma\tau) = (\pi\sigma)\tau \\ \text{det finns } id \in S_n \text{ s.a. } \pi\, id = id\, \pi = \pi \\ \quad " \quad " \quad \pi^{-1} \in S_n \text{ s.a. } \pi\pi^{-1} = \pi^{-1}\pi = id \end{cases}$$

π:s ordning, $o(\pi)$, är det minsta $m \geq 1$ så att $\pi^m = id$

$o(\pi)$ är minsta gemensamma multipeln av cykellängderna