

Sist F12

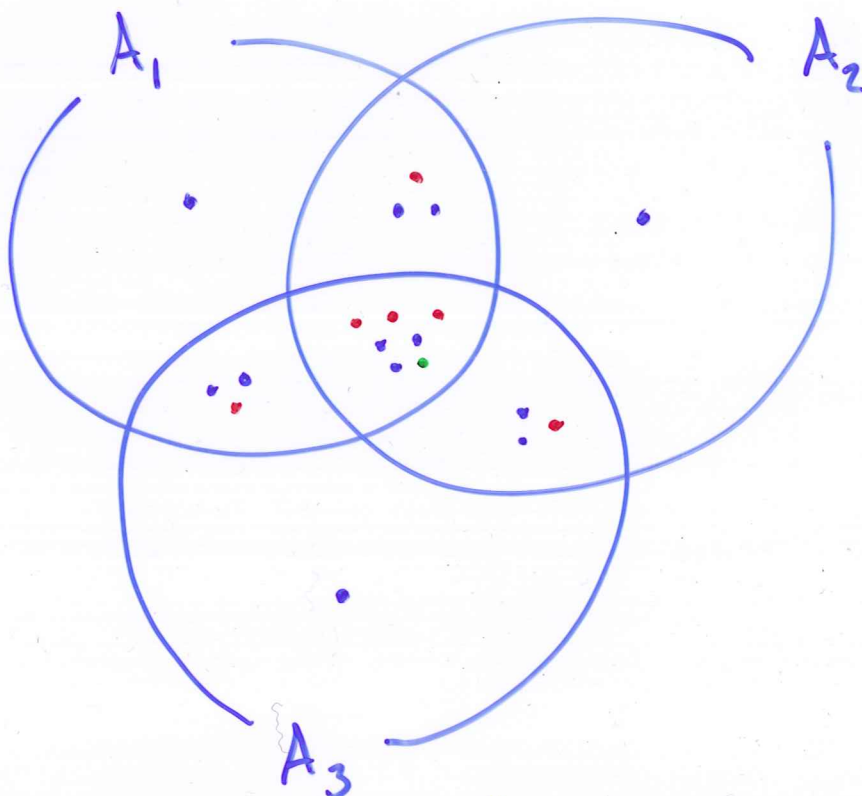
Principen om inklusion och exklusion
(sällprincipen)

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \alpha_i$$

där $\alpha_i = \sum_{1 \leq k_1 < \dots < k_i \leq n} |A_{k_1} \cap \dots \cap A_{k_i}|$

Ex $n=3$

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup A_3| &= (|A_1| + |A_2| + |A_3|) - \\ &\quad - (|A_1 \cap A_2| + |A_2 \cap A_3| + |A_3 \cap A_1|) + \\ &\quad + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| \end{aligned}$$



α_1

α_2

α_3

* i l an dem bidrar

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \binom{l}{i} = 1 - (1-1)^l = \begin{cases} 1 & l > 0 \\ 0 & l = 0 \end{cases}$$

Andelen bijektiver (permutationer)

$$f: X \rightarrow X, \quad |X| = n$$

utan fixpunkt, dvs $f(x) \neq x$ alla $x \in X$

är

$$\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!} = \frac{1}{e} + \frac{(-1)^n e^{\xi}}{(n+1)!} \quad \begin{array}{l} \text{ngt } \xi \\ -1 < \xi < 0 \end{array}$$

↑
litet om n inte liten

"Sannolikheten att ingen får sin egen hatt då n personer på måfå får varsin av hattarna är $\approx \frac{1}{e}$ "

Stirlingtalet (av andra slaget) $S(n, k)$:

antallet partitioner av en n -mgd i k delar

$$\begin{cases} S(n, k) = S(n-1, k-1) + k S(n-1, k) & 1 < k < n \\ S(n, 1) = S(n, n) = 1 \end{cases}$$

1
2
3
4
5
6

1
1 1
1 3 1
1 7 6 1
1 15 25 10 1
1 31 90 65 15 1

n k

Antallet ækvivalensrelationer = antallet partitioner

an en n-mgd.

$$\sum_{k=1}^n S(n, k)$$

Antalet surjektioner $f: X \rightarrow Y$:

$$k! \cdot S(n, k)$$

Ass $|X| = n, |Y| = k$