

Sist F10

Antal funktions / urval

Om X, Y är ändliga mängder, $|X|=m$, $|Y|=n$:

Sats: Antalet funktions $f: X \rightarrow Y$ är $n^m = |Y|^{|X|}$
= antalet element i $Y^m = Y \times Y \times \dots \times Y$ (m st)
= " ord av längd m , alfabet Y
= " ordnade val av m st ur Y ,
med (ev.) upprepning ("återläggning")

Sats: Antalet injektioner $f: X \rightarrow Y$
= antalet ord, längd m , alfabet Y ,
utan upprepning
= " ordnade val av m st ur Y ,
utan upprepning
= $n(n-1)\dots(n-m+1) = (n)_m = \frac{n!}{(n-m)!}$

Speciellt om $|X|=|Y|$ blir injektioner
bijektioner, antalet:

$$n(n-1)\dots 1 = n!$$

Antalet ordnade val av k st
 från en n -mgd, utan upprepning
 = antalet k -delmngder till en n -mgd
 = binomialtalet $\binom{n}{k}$ "n över k"

Rekursivt

$$\begin{cases} \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}, & 0 < k < n \\ \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 & , \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & \\ & & & 1 & & 1 & \\ & & 1 & & 2 & & 1 \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & 1 & 4 & & 6 & & 4 & 1 \\ & 1 & 5 & 10 & & 10 & 5 & 1 \\ & & & & \vdots & & & \end{array}$$

Pascals triangel

$$\binom{n}{k} = \frac{(n)_k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{n-k}$$

Binomialsatsen

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Multinomialtal

$$\binom{n}{k_1, \dots, k_m} = \frac{n!}{k_1! \dots k_m!}$$

$$k_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^m k_i = n$$

antalet sätt fördela n st i m lådor,

k_i st i låda i

= antalet funner $f: X \rightarrow Y$ som antar
värdet y_i precis k_i ggr
 n -mngd m -mngd

= antalet sätt ordna en m -mngd med
 k_i exemplar av element i

Multinomialatsen

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n = \sum_{\substack{k_i \geq 0 \\ \sum k_i = n}} \binom{n}{k_1, \dots, k_m} x_1^{k_1} \dots x_m^{k_m}$$