

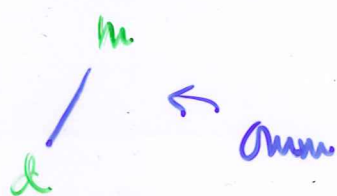
Sist

F2

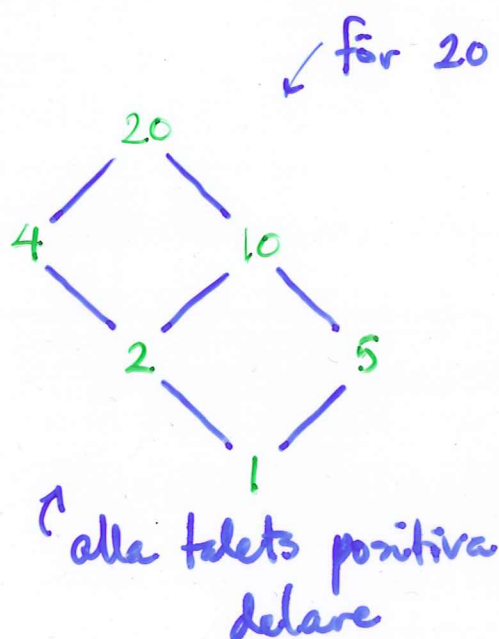
Definition: Om d, m är heltal
betyder $d|m$, "d delar m",

att det finns ett heltal q med $m = qd$

Delargrafen för ett heltal > 0



$d|m$, $d \neq m$ och
det inte finns $e \neq d, m$
med $d|e$, $e|m$



Definition: Om m, n är heltal är en
största gemensam delare, sgd (eng. gcd.)
för m, n ett heltal d så att

i) $d|m$, $d|n$

ii) $c|m$, $c|n \Rightarrow c|d$

iii) $d \geq 0$

Sats: Om m, n är heltal
 existerar $\text{sgd}(m, n)$ entydigt
 och är $am + bn$, några heltal a, b

Euklides algoritmen

$$\begin{cases} \text{sgd}(m, n) = \text{sgd}(n, m - qn) \\ \text{sgd}(m, 0) = |m| \end{cases} \quad \text{upprepat}$$

Tag $m \geq n \geq 0$ ($\text{sgd}(m, n) = \text{sgd}(n, m) = \text{sgd}(\pm m, \pm n)$)

$$m = q_1 n + r_1 \quad 0 \leq r_1 < n$$

$$n = q_2 r_1 + r_2 \quad 0 \leq r_2 < r_1$$

$$r_1 = q_3 r_2 + r_3 \quad \vdots$$

$\vdots$

$$r_{k-3} = q_{k-1} r_{k-2} + r_{k-1}$$

$$r_{k-2} = q_k \underline{r_{k-1}} + \textcircled{0} \quad \text{för alltid slut}$$

$\Rightarrow \text{sgd}(m, n)$

$$\begin{aligned} r_{k-1} &= r_{k-3} - q_{k-1} r_{k-2} = r_{k-3} - q_{k-1} (r_{k-4} - q_{k-2} r_{k-3}) = \\ &= \dots = am + bn \end{aligned}$$

Följsats: Om $d|mn$ och $\text{sgd}(d,m)=1$
så $d|n$ $\uparrow$ d,m relativt prima

För alla heltal k, m, n :

$$k|k; \quad k|m, m|n \Rightarrow k|n$$

Def: Om m, n är heltal är en
minsta gemensam multipel, ngm (eng lcm),
för m, n ett heltal g så att

$$\text{i) } m, n | g \quad \text{ii) } m, n | h \Rightarrow g | h \quad \text{iii) } g \geq 0$$

Satz: Om m, n är heltal existerar
 $\text{ngm}(m, n)$ entydigt och uppfyller

$$\text{ngm}(m, n) \cdot \text{sgd}(m, n) = |mn|$$

$$(\text{ngm}(0, 0) = 0)$$