

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vilken är vänstersidoklassen xrH till delgruppen $H = \{i, xr^3\}$ till $G_\square$?

R: $\{x, xr^2\}$, G: $\{xr, r\}$, B: $\{r^2, xr\}$

2. Vilken/a (om någon) är högersidoklass till $\{i, y\}$ i G_Δ ?

R: $\{x, z, r\}$, G: $\{x, s\}$, B: $\{z, s\}$

3. Är $\{(1\ 3), (2\ 4), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 4\ 3\ 2)\}$ vänstersidoklass till någon delgrupp till S_4 ?

R: Ja, G: Nej, B: Beror sig på

4. Hur många olika delgrupper har $(\mathbb{Z}_{17}, +)$?

R: 1, G: 2, B: 16

5. Om G_1, G_2 är grupper, är G_1 isomorf med en normal delgrupp till $G_1 \times G_2$?

R: Ja, G: Nej, B: Beror sig på

6. Vilken/a är en ring?

R: $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$, G: $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$, B: $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$

Svar:

1. B, ty i $G_{\square}$ är $xr \cdot i = xr$, $xr \cdot xr^3 = x \cdot rx \cdot r^3 = x \cdot xr^3 \cdot r^3 = x^2 r^6 = r^2$.
2. G, ty $\{i, y\} \cdot s = \{i \cdot s, y \cdot s\} = \{s, x\}$
(övriga inte disjunkta med $\{x, s\}$, den första också för stor).
3. R, ty $(1\ 3)^{-1}\{(1\ 3), (2\ 4), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 4\ 3\ 2)\} =$
 $= (1\ 3)\{(1\ 3), (2\ 4), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 4\ 3\ 2)\} = \{(1), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\},$
en delgrupp till S_4 .
4. G, ty $(\mathbb{Z}_{17}, +)$ har bara de triviala delgrupperna $\{0\}$ och sig själv (17 primtal).
5. R, ty G_1 är isomorf med delgruppen $\{(g, 1_2) \mid g \in G_1\}$ till $G_1 \times G_2$
 $(\phi(g) = (g, 1_2))$ och den är normal $((g_1, g_2)(h, 1_2) = (g_1 h, g_2), (h, 1_2)(g_1, g_2) = (h g_1, g_2),$
så både vänster- och högersidoklasserna för (g_1, g_2) är $\{(g, g_2) \mid g \in G_1\}$.
6. RGB, de är alla tre ringar.