Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. **Om $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ är en isomorfi mellan $(\mathbb{R}, +)$ och $(\mathbb{R}_+, \cdot)$, vad är $\phi(0)$?**

   R: 1, G: e, B: Beror på

2. **Om $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ är en isomorfi mellan $(\mathbb{R}, +)$ och $(\mathbb{R}_+, \cdot)$, vad är $\phi(1)$?**

   R: 1, G: e, B: Beror på

3. **Är $G_\square$ och S_4 isomorfa?**

   R: Ja, G: Nej, B: Beror på

4. **Är $G_\square$ isomorf med en delgrupp till S_4?**

   R: Ja, G: Nej, B: Beror på

5. **Vad är $C(xr)$ i $G_\square$?**

   R: $\{i, r^2\}$, G: $\{i, r^2, xr\}$, B: $\{i, r^2, xr, xr^3\}$

6. **Är $(\mathbb{Z}_2, +) \times (\mathbb{Z}_2, +) \approx (\mathbb{Z}_4, +)$?**

   R: Ja, G: Nej, B: Beror på

Svar:

1. R, ty en isomorfi tar identitetselement till identitetselement
   ($\phi(g) \circ 1_2 = \phi(g) = \phi(g * 1_1) = \phi(g) \circ \phi(1_1) \Rightarrow \phi(1_1) = 1_2$).
2. B, ty $\phi(x) = a^x$ är en isomorfi (med $\phi(1) = a$) för varje $a \in \mathbb{R}_+$.
3. G, ty det finns ingen bijektion $G_\square \to S_4$ ($|G_\square| = 8 \neq 24 = |S_4|$).
4. R, ty $g \mapsto$ (dess permutation av hörnen) ger en isomorfi mellan $G_\square$ och $\{(1), (1\,2\,3\,4), (1\,3)(2\,4), (1\,4\,3\,2), (1\,2)(3\,4), (2\,4), (1\,4)(2\,3), (1\,3)\}$.
5. B, ty precis de elementen kommuterar med xr
   (positioner med samma element i xr:s rad och dess kolumn i $G_\square$:s grupptabell).
6. G, ty $1 \in \mathbb{Z}_4$ har ordning 4, men inget element i $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ har ordning 4
   ($o((0,0)) = 1$, $o((1,0)) = o((0,1)) = o((1,1)) = 2$).
   Om ϕ är en isomorfi är $o(g) = o(\phi(g))$ (ty $\phi(g^n) = \phi(g)^n = 1_2 \Leftrightarrow g^n = 1_1$).