

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vad är den största ordningen för ett element i S_7 ?

R: 7, G: 12, B: 15

2. Vilka av följande permutationer (givna på enradsform) är konjugerade?

$$\pi = [5\ 4\ 1\ 2\ 3], \quad \sigma = [4\ 5\ 2\ 3\ 1], \quad \tau = [3\ 5\ 1\ 2\ 4].$$

R: π och σ , G: σ och τ , B: τ och π

3. Hur många element i S_7 är konjugerade med

$$\pi = (1\ 5\ 3)(2\ 7\ 4)?$$

R: 252, G: 280, B: 560

4. Är $\sigma \in S_9$ jämn eller udda, då $\sigma = (1\ 8\ 4\ 9)(2\ 7)(3\ 6)$?

R: jämn, G: udda, B: ingendera

5. Hur många udda element i S_{15} tar udda till udda?

R: $\frac{8!}{2}$, G: $\frac{8! \cdot 7!}{2}$, B: $\frac{8! \cdot 7!}{4}$

Svar:

1. G, ty den partiton av talet 7 som ger störst mgm av delarna är $[34]$.
2. B, ty permutationernas cykelstrukturer är $\pi : [23]$, $\sigma : [5]$, $\tau : [23]$ och permutationer är konjugerade precis om de har samma cykelstruktur.
3. G, ty cykelstrukturen skall vara $[13^2]$.
1-cykeln väljs på 7 sätt,
sedan ena 3-cykeln element på $\binom{6}{3}$ sätt,
ordningen mellan 3-cyklerna oviktig (så $\cdot \frac{1}{2}$) och
det finns för 3 givna element 2 olika 3-cykler med dem i.
Totalt $7 \cdot \binom{6}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 7 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} \cdot 2 \cdot 2 = 280$.
(Alt. med formeln $\frac{n!}{1^{\alpha_1} \dots k^{\alpha_k} \alpha_1! \dots \alpha_k!} = \frac{7!}{3^2 \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 280$.)
4. G, ty den har ett udda antal (3 st) cykler av jämn längd.
5. G, ty $\frac{8!}{2}$ bijektioner av varje paritet $\{1, 3, \dots, 15\} \rightarrow \{1, 3, \dots, 15\}$,
 $\frac{7!}{2}$ bijektioner av varje paritet $\{2, 4, \dots, 14\} \rightarrow \{2, 4, \dots, 14\}$.
Totalt udda om antingen förre jämn och senare udda eller tvärtom,
så sökta antalet: $\frac{8!}{2} \cdot \frac{7!}{2} + \frac{8!}{2} \cdot \frac{7!}{2} = \frac{8! \cdot 7!}{2}$.