Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. **På hur många sätt kan de svarta pjäserna (8 bönder, 2 torn, 2 springare, 2 löpare, 1 dam, 1 kung, inbördes identiska) placeras ut på ett schackbräde (64 rutor)?**

   R: $64^8 \cdot 64^6$, **G:** $\frac{64!}{48!}$, **B:** $\frac{64!}{48!\cdot 8!\cdot 8}$

2. **På hur många sätt kan 8 svarta och 8 vita bönder (inbördes identiska) placeras ut på ett schackbräde, om flera pjäser kan stå på samma ruta?**

   R: $(\frac{71!}{63!\cdot 8!})^2$, **G:** $(\frac{71!}{64!\cdot 7!})^2$, **B:** $(\frac{72!}{64!\cdot 8!})^2$

3. **På hur många sätt kan 4 (identiska) kulor placeras i 6 (särskiljbara) lådor med minst 2 i minst en låda?**

   R: 96, **G:** 111, **B:** 126

4. **Hur många $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{N}^3$ har $x_1 + x_2 + x_3 \leq 28$?**

   R: 1 355, **G:** 27 308, **B:** 4 495

5. **Hur många z_1, z_2, ..., $z_n \in \mathbb{Z}[i]$ krävs för att det säkert skall finnas $k \neq l$ med $\frac{z_k + z_l}{2} \in \mathbb{Z}[i]$? ($\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$, de gaussiska heltalen.)**

   R: 4, **G:** 6, **B:** Något annat

Svar:

1. B, ty rutorna skall fördelas bland tomma (48 st), med bönder (8 st), osv.
   Det kan göras på
   $\binom{64}{48,8,2,2,2,1,1} = \frac{64!}{48!\cdot 8!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!}$ (= 31 688 202 068 279 540 784 000) sätt.
2. R, ty produkten av antalen för varje pjäsfärg (multiplikationsprincipen),
   för varje färg oordnat (ty identiska pjäser) val med upprepning av rutor,
   vilket kan göras på $\binom{64+8-1}{8} = \binom{71}{8}$ sätt (välj 8 pjäser bland 71 pjäsväggar).
3. G, ty från totala antalet fördelningar, $\binom{6+4-1}{4} = 126$ st,
   dras antalet där det är högst en i varje låda, $\binom{6}{4} = 15$ st.
4. B, ty det är = antalet sätt att skriva $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 28$, $x_i \in \mathbb{N}$,
   dvs $\binom{4+28-1}{28} = \binom{31}{3} = \frac{31\cdot 30\cdot 29}{3\cdot 2\cdot 1} = 5 \cdot 31 \cdot 29 = 5 \cdot (30^2 - 1^2) = 4\,495$.
5. B, ty rätt svar är 5 (postfacksprincipen; $\operatorname{Re} z_k$ och $\operatorname{Re} z_l$ ska ha samma
   paritet, liksom $\operatorname{Im} z_k$ och $\operatorname{Im} z_l$, 4 möjligheter: jj, uj, ju, uu).