Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definieras av $f(x) = 3x + 2$.
   Vilken/vilka av följande är f?

   R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

2. $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definieras av $g(x) = 2 - x$.
   Vilken/vilka av följande är g?

   R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

3. $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$ definieras av $h(x) = |x|$.
   Vilken/vilka av följande är h?

   R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

4. Vilken/vilka är relationen $|A| = |B|$ på mängder?

   R: Reflexiv, G: Symmetrisk, B: Transitiv

5. Om $A, B \neq \varnothing$, $A \cap B = \varnothing$, kan då $|A \cup B| = |A| = |B|$?

   R: Ja, G: Beror på, B: Nej

Svar:

1. G (men inte R, B), ty $3x_1 + 2 = 3x_2 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2$, så f injektiv,
   men $f(x) \neq 0 \in \mathbb{Z}$ för alla $x \in \mathbb{Z}$, så f inte surjektiv.

2. RGB, ty $y = 2 - x \Leftrightarrow x = 2 - y$, för alla $x, y \in \mathbb{Z}$, så g bijektiv
   (och därmed injektiv, surjektiv).

3. R (men inte G, B), ty för alla $x \in \mathbb{N} : h(x) = x,\ x \in \mathbb{Z}$, så h surjektiv
   men $h(1) = 1 = h(-1)$, så h inte injektiv (och därmed inte bijektiv).

4. RGB, ty $id : X \to X$ är en bijektion (så reflexiv),
   $f : X \to Y$ en bijektion $\Rightarrow f^{-1} : Y \to X$ en bijektion (så symmetrisk),
   $f : X \to Y,\ g : Y \to Z$ bijektioner $\Rightarrow gf : X \to Z$ bijektion (så transitiv).

5. R, ty med t.ex. $A = \{\text{jämna heltal}\},\ B = \{\text{udda heltal}\}$ är $A \cap B = \varnothing$,
   $A \cup B = \mathbb{Z}$ och $f : A \cup B \to A$ med $f(x) = 2x$ en bijektion,
   liksom $g : A \to B$ med $g(x) = x + 1$ (så $|A \cup B| = |A|$ och $|A| = |B|$).