

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vilken/vilka av följande är $\equiv 264 \cdot 1326 + 325 \pmod{10}$?

R: 3479, G: -429 , B: -2531

2. Vilka multipler har 4 i $\mathbb{Z}_6$? (Dvs vilka är $4 \cdot a$ i $\mathbb{Z}_6$, med a i $\mathbb{Z}_6$?)

R: 0, 1, 2, 4, 5, G: 0, 4, B: 0, 2, 4

3. Stämmer det att $34\,567 \cdot 2\,468 + 98\,765 = 85\,311\,121$?

R: Ja, G: Kanske, B: Nej

4. Hur många lösningar har ekvationen $13x = 12$ i $\mathbb{Z}_{30}$?

(Dvs, för hur många av $x = 0, 1, 2, \dots, 29$ gäller $13x \equiv 12 \pmod{30}$?)

R: 0, G: 13, B: 1

5. Hur många lösningar har ekvationen $12x = 13$ i $\mathbb{Z}_{30}$?

R: 0, G: 12, B: 6

6. Hur många lösningar har ekvationen $12x = 12$ i $\mathbb{Z}_{30}$?

R: 0, G: 12, B: 6

Svar:

1. RB, ty $264 \cdot 1326 + 325 \equiv_{10} 4 \cdot 6 + 5 = 29 \equiv_{10} 9 \equiv_{10} -1$.
2. B, ty $4 \cdot 0 = 4 \cdot 3 = 0$, $4 \cdot 1 = 4 \cdot 4 = 4$, $4 \cdot 2 = 4 \cdot 5 = 2$ i $\mathbb{Z}_6$.
3. G(B), ty $34\,567 \cdot 2\,468 + 98\,765 \equiv_9 \theta(34\,567) \cdot \theta(2\,468) + \theta(98\,765) =$
 $= 25 \cdot 20 + 35 \equiv_9 \theta(25) \cdot \theta(20) + \theta(35) = 7 \cdot 2 + 8 \equiv_9 22$
och $85\,311\,121 \equiv_9 \theta(85\,311\,121) = 22$, så "kanske".
I själva verket är $34\,567 \cdot 2\,468 + 98\,765 = 85\,410\,121$.
4. B, ty $\text{sgd}(13, 30) = 1$, så 13 är inverterbart i $\mathbb{Z}_{30}$.
(Enda lösningen är $x = 13^{-1} \cdot 12 (= 7 \cdot 12 = 24)$.)
5. R, ty $\text{sgd}(12, 30) = 6 \nmid 13$.
 $(6 \nmid (12x - 13) = (2x - 2) \cdot 6 - 1$ så $30 \nmid (12x - 13)$ för alla heltal x .)
6. B, ty $\text{sgd}(12, 30) = 6 \mid 12$.
 $(30 \mid (12x - 12) \Leftrightarrow 5 \mid (2x - 2) \Leftrightarrow 5 \mid (x - 1)$.
Alla lösningar: $x = 1, 6, 11, 16, 21, 26$.)