

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Mängderna A , B , C har 23, 24, 26 element.
 $A \cap B$, $B \cap C$, $C \cap A$ har 14, 16, 19 element.
36 ligger i minst en av dem. Hur många i alla?

R: 10, G: 11, B: 12

2. 108 i klassen tycker om kombinatorik och algebra.
118 tycker om minst endera. 112 tycker om algebra.
5 st gillar inte kombinatorik. Hur många är de?

R: 119, G: 122, B: 125

3. Hur många surjektioner
 $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c\}$ finns det?

R: 108, G: 150, B: 162

4. Hur många olika ekvivalensrelationer finns det på
 $\{a, b, c, d, e, f\}$?

R: 203, G: 464, B: 1 273

Svar:

1. B, ty principen om inklusion/exklusion,

$$(|A \cup B \cup C| = (|A| + |B| + |C|) - (|A \cap B| + |B \cap C| + |C \cap A|) + |A \cap B \cap C|, \text{ ger} \\ |A \cap B \cap C| = 36 - (23 + 24 + 26) + (14 + 16 + 19) = 12.$$

2. R, ty åter inklusion/exklusion.

$$|A \cup K| = |A| + |K| - |A \cap K|, \text{ så } |K| = 118 - 112 + 108 = 114, \\ \text{så (eftersom } K \subseteq X) |X| = |K| + |X \setminus K| = 114 + 5 = 119.$$

3. G, ty antalet surjektioner är $S(5, 3) \cdot 3! = 25 \cdot 6 = 150$.

4. R, ty antalet ekvivalensrelationer = antalet partitioner = $\sum_{k=1}^n S(n, k)$,
 $\sum_{k=1}^6 S(6, k) = 1 + 31 + 90 + 65 + 15 + 1 = 203$.

Stirlingtalen $S(n, k)$ för $n = 1, \dots, 6$:

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & 1 & & 1 \\ & & & & 1 & & 3 & & 1 \\ & & & 1 & & 7 & & 6 & & 1 \\ & & 1 & & 15 & & 25 & & 10 & & 1 \\ & 1 & & 31 & & 90 & & 65 & & 15 & & 1 \end{array}$$