

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definieras av $f(x) = 3x + 2$.

Vilken/vilka av följande är f ?

R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

2. $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definieras av $g(x) = 2 - x$.

Vilken/vilka av följande är g ?

R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

3. $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ definieras av $h(x) = |x|$.

Vilken/vilka av följande är h ?

R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

4. Vilken/vilka är relationen $|A| = |B|$ på mängder?

R: Reflexiv, G: Symmetrisk, B: Transitiv

5. Om $A, B \neq \emptyset$, $A \cap B = \emptyset$, kan då $|A \cup B| = |A| = |B|$?

R: Ja, G: Beror på, B: Nej

Svar:

1. G (men inte R, B), ty $3x_1 + 2 = 3x_2 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2$, så f injektiv,
men $f(x) \neq 0 \in \mathbb{Z}$ för alla $x \in \mathbb{Z}$, så f inte surjektiv.
2. RGB, ty $y = 2 - x \Leftrightarrow x = 2 - y$, för alla $x, y \in \mathbb{Z}$, så g bijektiv
(och därmed injektiv, surjektiv).
3. R (men inte G, B), ty för alla $x \in \mathbb{N} : h(x) = x$, $x \in \mathbb{Z}$, så h surjektiv
men $h(1) = 1 = h(-1)$, så h inte injektiv (och därmed inte bijektiv).
4. RGB, ty $id : X \rightarrow X$ är en bijektion (så reflexiv),
 $f : X \rightarrow Y$ en bijektion $\Rightarrow f^{-1} : Y \rightarrow X$ en bijektion (så symmetrisk),
 $f : X \rightarrow Y$, $g : Y \rightarrow Z$ bijektioner $\Rightarrow gf : X \rightarrow Z$ bijektion (så transitiv).
5. R, ty med t.ex. $A = \{\text{jämna heltalet}\}$, $B = \{\text{udda heltalet}\}$ är $A \cap B = \emptyset$,
 $A \cup B = \mathbb{Z}$ och $f : A \cup B \rightarrow A$ med $f(x) = 2x$ en bijektion,
liksom $g : A \rightarrow B$ med $g(x) = x + 1$ (så $|A \cup B| = |A|$ och $|A| = |B|$).