

| Efternamn, förnamn | personnummer | program | blad | uppg. |
|--------------------|--------------|---------|------|-------|
|                    |              |         | 1    | 1,5   |

Matematik, KTH

B.Ek

**Kontrollskrivning 5, må 15 maj 2017, 8.00–10.00,  
i SF1662, Diskret matematik**

**Examinator:** Bengt Ek, tel 790 6951.

**Tillåtna hjälpmedel:** Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks  $n$  medför godkänd (3p) uppgift  $n$  vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år),  $n = 1, \dots, 5$ .

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.**

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.**

1) (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

|                                                                                                                          | sant | falskt |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--------|
| a) Om graferna $G_1$ och $G_2$ är isomorfa, är $G_1$ planär om och endast om $G_2$ är det.                               |      |        |
| b) För en graf med ett jämnt antal hörn (noder) är produkten av hörnens valenser (grader) säkert ett jämnt tal.          |      |        |
| c) Om en graf $G = (V, E)$ är sammanhängande och innehåller precis en cykel måste $ V  =  E $ .                          |      |        |
| d) Om $G$ är plan, sammanhängande med valens 4 för alla hörn, måste dualgrafan $G^\perp$ ha precis 2 hörn mer än $G$ .   |      |        |
| e) Det kromatiska talet $\chi(G)$ för en graf $G$ är lika med det största av de kromatiska talen för $G$ :s komponenter. |      |        |
| f) Om en bipartit graf är hamiltonsk (dvs har en hamiltoncykel) har den minst två olika fullständiga matchningar.        |      |        |

*Vänd!*

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Graferna  $G_1$  och  $G_2$  har **grannmatriserna**  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  och  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

Är  $G_1$  och  $G_2$  **isomorfa**?

Ange en isomorfi eller förklara varför ingen finns.

b) (1p) Finns det något **träd** med åtta hörn med valenser respektive

1, 1, 1, 1, 1, 2, 4, 5?

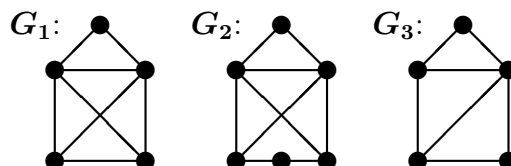
Motivera ditt svar.

c) (1p) En av graferna  $G_1$ ,  $G_2$  och  $G_3$  nedan har kromatiskt polynom

$$P(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)^2(\lambda - 3).$$

Vilken av dem?

Motivera svaret.



3) Grafen  $G = (V, E)$  beskrivs av följande grantabell:

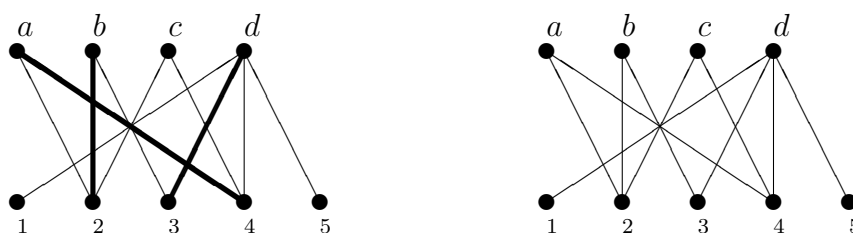
a) (1p) Rita (en graf som är isomorf med)  $G$ .

b) (2p) Finn grantabellen för ett spännande träd till  $G$ .

| $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $f$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $b$ | $a$ | $a$ | $b$ | $a$ | $c$ |
| $c$ | $d$ | $d$ | $c$ | $f$ | $d$ |
| $e$ |     | $f$ | $f$ |     | $e$ |

4) (3p) En sammanhängande planär graf  $G = (V, E)$  ritas utan korsande kanter på ytan av en sfär.  $G$  har 1 hörn (nod) med valens (grad) 2, 2 hörn med valens 3, 7 hörn med valens 4 och 2 hörn med valens 5 (och inga andra hörn). Hur många ytor (fasetter) delar  $G$  in sfärens yta i?

5) (3p) I den vänstra figuren är en matchning  $M$  för den bipartita grafen  $G$  markerad med feta kanter.



Ange (som följer av hörn) alla utökande alternerande stigar för  $M$  och markera tydligt i den högra figuren den större matchning  $M'$  som kan skapas från  $M$  med hjälp av en av dessa stigar (ange vilken stig du valt).

Ge uppgiftens lösning på ett separat blad, men rita ditt  $M'$  här ovan.

*Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.*