

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Kontrollskrivning 3, må 20 mars 2017, 8.00–10.00,
i SF1662, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!)

	sant	falskt
a) Om man slår med två (ärliga) tärningar och totala antalet ögon är minst 9, är sannolikheten $\frac{2}{5}$ att det är precis 9.		
b) Om A , B är ändliga mängder och $ A \times B = A \cdot B $ är A och B säkert disjunkta.		
c) Om p är ett primtal och $0 < k < p$ gäller $p \mid \binom{p}{k}$, dvs $\binom{p}{k}$ är delbart med p .		
d) Det finns precis 19 800 uppsättningar positiva heltal x_1, x_2, x_3 (dvs $(x_1, x_2, x_3) \in (\mathbb{Z}_+)^3$) med $x_1 + x_2 + x_3 = 201$.		
e) Stirlingtalet $S(n, k)$ ger antalet sätt att fördela n identiska objekt i k särskiljbara lådor, utan någon tom låda.		
f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ i S_5 (givna i tvåradsform, förstås) är konjugerade permutationer.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Visa att för godtyckliga heltal a, b, c, d är produkten av deras parvisa differenser en multipel av 12, dvs att $12 \mid (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$.

b) (1p) Vi får veta att en mängd med 14 element kan partitioneras i 9 delar på 5 135 130 sätt, i 10 delar på 752 752 sätt och i 11 delar på 66 066 sätt.

På hur många sätt kan en mängd med 15 element partitioneras i 10 delar?

c) (1p) $\pi \in S_7$ (mängden av permutationer av $\{1, 2, \dots, 7\}$) ges på tvåradarsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Avgör (med kortfattad motivering) om π är en jämn eller en udda permutation.

3a) (2p) Hur många olika "ord" kan bildas med 1 1:a, 2 2:or, 3 3:or, 4 4:or och 5 5:or? Alla 15 symbolerna (och inga andra) skall användas, t.ex. är '122333444455555' ett möjligt ord, men inte '32455412345354' (för få 5:or) eller '3245541234535445' (för många 4:or).

b) (1p) I hur många av orden i a) står inga 3:or intill varandra?

Svaren får bara innehålla heltal, potenser, faktieller och de fyra enkla räknesätten.

4) $\pi, \sigma \in S_8$ (mängden av permutationer av $\{1, 2, \dots, 8\}$) ges på tvåradarsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 5 & 8 & 1 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 4 & 7 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

(dvs $\pi(1) = 3, \pi(2) = 6, \dots$)

a) (2p) Ange π^{-1} , $\pi\sigma$ och σ^2 på cykelform (dvs med disjunkta cykler).

b) (1p) Finn (och ge på cykelform) alla $\tau \in S_8$ som uppfyller att $\pi\tau\pi = \sigma^2$.

5) (3p) Var och en av de 102 studenterna på en kurs älskar minst en av logik, kombinatorik och gruppteori. 48 st älskar logik, 42 st älskar kombinatorik och 55 st älskar gruppteori. 11 st älskar alla tre.

Hur många av studenterna på kursen älskar precis en av logik, kombinatorik och gruppteori?

Det ska framgå av lösningen att det givna svaret är den enda möjligheten.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.