

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Kontrollskrivning 5, må 16 maj 2016, 8.00–10.00,
i SF1662, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Två grafer med samma valenslista (samma antal hörn (noder) med valens (grad) i för alla $i \in \mathbb{N}$) är säkert isomorfa.		
b) Om man från en cykel i en graf avlägsnar en kant, återstår en väg i grafen.		
c) En sammanhängande bipartit $G = (X \cup Y, E)$ ($X \cap Y = \emptyset$, $e \in E \Rightarrow e \cap X = 1$) med $ X = Y $ är säkert hamiltonsk.		
d) Den duala grafen till en (icke-tom) skog (dvs en graf vars alla komponenter är träd) som ritats plant, har precis ett hörn.		
e) Om grafen $G = (V, E)$ har kromatiskt tal $\chi(G) = 3$, måste $ E \geq 3$.		
f) Om en matchning i en graf är maximal, finns ingen alternerande stig som börjar och slutar i omatchade hörn.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Grafen G har vidstående
 granntabell.
 Avgör om G är en eulersk graf (dvs
 om den har en eulerkrets).

$G :$	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
	e	d	h	b	a	a	b	a	b	b	a
	f	g	k	i	f	e	i	c	d	i	c
	h	i				h		f	g		f
	k	j				k		k	j		h

b) (1p) Hur många olika (dvs hur många icke-isomorfa) träd med precis 6 hörn (noder) finns det? Rita ett exempel på varje typ och ange antalet.

c) (1p) Vad menas med (dvs hur definieras) det kromatiska talet $\chi(G)$ för en graf $G = (V, E)$?

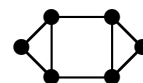
3) Låt $G = (V, E)$ vara en k -reguljär enkel graf med $v = |V|$ och $e = |E|$ (dvs G har inga multipla kanter eller öglor (loopar), v hörn (noder), alla med valens (grad) k , och e kanter).

a) (1p) Vad är e , uttryckt i v och k ?

b) (1p) Finn sambandet mellan v , k och r , om G är sammanhängande och kan ritas utan korsande kanter på ytan av en sfär, vilken då delas in i r områden.

c) (1p) För G som i b), vilka kombinationer av v och k är möjliga då $r = 7$? Rita för alla sådana v , k en graf som visar att de är möjliga.

4) (3p) På hur många sätt kan hörnen (noderna) i vidstående graf färgas (så att inga hörn som är grannar har samma färg), om man har 5 olika färger som kan användas? (Svaret ges som ett heltal.)



5) (3p) Låt $G = (X \cup Y, E)$ vara en bipartit graf (där, som vanligt, $X \cap Y = \emptyset$ och $e \in E \Rightarrow |e \cap X| = |e \cap Y| = 1$, så varje kant $e \in E$ förbinder ett X -hörn med ett Y -hörn).

Om $|X| = |Y| = 10$ och

- (1) alla $x \in X$ har valens (grad) $\delta(x) \geq 3$,
- (2) högst 3 st $x \in X$ har $\delta(x) < 6$,
- (3) alla $y \in Y$ har $\delta(y) \geq 2$ och
- (4) högst 2 st $y \in Y$ har $\delta(y) < 4$,

måste det finnas en fullständig matchning i G ?

Visa att en måste finnas eller ge ett exempel på ett G som uppfyller villkoren, men inte har någon fullständig matchning.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.