

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Kontrollskrivning 3, ti 29 mars 2016, 8.00–10.00,
i SF1662, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Om man slår med två (ärliga) tärningar är sannolikheten $\frac{1}{4}$ att man får minst en 4:a och ingen 6:a.		
b) För alla ändliga mängder A och B är $ A \cup B - A = B $.		
c) Om $n, k \in \mathbb{N}$, $0 < k < n$ är binomialtalet $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$.		
d) Antalet sätt att fördela 20 identiska objekt i 5 olika lådor är lika med antalet injektioner $X \rightarrow Y$, $ X = 3$, $ Y = 23$.		
e) Två permutationer $\alpha, \beta \in S_n$ är konjugerade omm $\sigma\alpha = \beta\sigma$ för något $\sigma \in S_n$ (permutationerna av $\{1, 2, \dots, n\}$).		
f) En permutation är udda omm antalet cykler av udda längd (i dess cykelform) är udda.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Vad är värdet av

$$11! \cdot \sum_{k=0}^{12} \frac{12^{13-k}}{k!} \cdot \frac{(-13)^k}{(12-k)!} ?$$

Svaret ges som ett rationellt tal (dvs som ett heltal eller en kvot av heltal).

b) (1p) Formulera **postfacksprincipen**.

c) (1p) Låt $X = \{r, s, t, 1, 2, 3\}$. Hur många olika **ekvivalensrelationer** finns det på X ? Svaret ges som ett naturligt tal. Redovisa kortfattat hur du fann det.

3) (3p) Låt $A = \{a, b, c, d, e\}$ och $B = \{1, 2, 3\}$.

Om X är mängden av alla surjektioner $A \rightarrow B$ och Y är mängden av alla injektioner $B \rightarrow A$, hur många funktioner $X \rightarrow Y$ finns det?

Svaret får innehålla heltal, potenser, faktulteter och de fyra enkla räknesätten.

4a) (2p) $\pi, \sigma \in S_7$ (mängden av permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$) ges på tvåradarsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 6 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 2 & 7 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

(dvs $\pi(1) = 7, \pi(2) = 1, \dots$) Ange π, π^{-1} och $\pi\sigma$ på cykelform.

b) (1p) Finn (och ge på cykelform) ett $\tau \in S_7$ sådant att $\tau\pi$ har ordning 12.

5) (3p) Bland Lisas och Pelles böcker finns 46 st med våldsamma inslag, 88 st med inslag av kärlek och 49 st med matematiska inslag. Totalt har 149 böcker minst ett av dessa inslag och bara 3 st har alla tre. Vidare har 7 st inslag både av matematik och våld och 19 st av både kärlek och våld.

Hur många av deras böcker innehåller både matematik och kärlek, men inget våld?

Det bör framgå av lösningen att det givna svaret är den enda möjligheten.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.