

Matematik, KTH

B.Ek

Efternamn	förnamn	personnr

**Kontrollskrivning 5, må 18 maj 2015, 8.30–10.00,
i SF1662 Diskret matematik**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

	sant	falskt
a) Två grafer med samma grannmatris är säkert isomorfa.		
b) Om grafen G är 2-reguljär är den säkert isomorf med en cykelgraf C_n (dvs hörn och kanter i en regelbunden n -hörning).		
c) Om en graf har en hamiltoncykel är den säkert bipartit.		
d) Om varje komponent i en graf har högst 5 hörn (noder) och högst 9 kanter så är den säkert planär.		
e) En graf $G = (V, E)$ är bipartit om och endast om dess kromatiska tal $\chi(G) = 2$.		
f) Om en graf G har kromatiskt polynom $P_G(\lambda)$ och $n \in \mathbb{N}$ gäller säkert att $P_G(n) \neq 0 \Rightarrow P_G(n+1) \neq 0$.		

Resultat på skrivningen:

Fylls i av rättaren

p 1	p 2	p 3	p 4	p 5	Σ p	G/U	bonus

SF1662, ks5 18.5-15

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Graferna G_1 och G_2 ges av granntabellerna till höger.

Avgör om de är isomorfa.

Om de är det, ange en isomorfi.

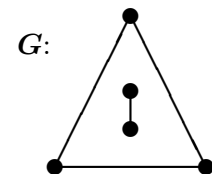
G_1 :

a	b	c	d	e	f
d	d	d	a	a	a
e		e	b	c	
f			c		

G_2 :

1	2	3	4	5	6
2	1	4	2	3	2
	4	5	3		3
	6	6			

b) (1p) Finn den duala grafen $(G^\perp)^\perp$ till den duala grafen till den plana grafen G i figuren. Rita $(G^\perp)^\perp$ i en egen figur.



c) (1p) Formulera ett uttryck för det kromatiska polynomet $P_G(\lambda)$ för grafen $G = (V, E)$ ($E \neq \emptyset$) med de kromatiska polynomen för vissa grafer med färre kanter. Förklara kort ingående beteckningar.

Namn	poäng uppg.3

3) Grafen $G = (V, E)$ har en k -reguljär komponent (dvs alla hörn (noder) i den komponenten har valens (grad) k) och alla andra komponenter innehåller exakt en cykel var (och eventuellt andra hörn och kanter, förstås).

Den förstnämnda komponenten (den k -reguljära) innehåller precis en fjärdedel av G :s hörn och hälften av dess kanter.

a) (2p) Finn alla möjliga värden på k .

b) (1p) Avgör, med motivering, om G :s första komponent (den k -reguljära), betraktad som en egen graf, säkert är eulersk (dvs har en eulerkrets).

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) En sammanhängande planär graf $G = (V, E)$ ritas utan korsande kanter på ytan av en sfär. G har 2 hörn (noder) med valens (grad) 2, 12 hörn med valens 3, 3 hörn med valens 4 och 2 hörn med valens 6 (och inga andra hörn). I hur många områden (ytor, fasetter) delar G in sfärens yta?

Namn	poäng uppg.5

5) I en bipartit graf $G = (X \cup Y, E)$ med $X = \{a, b, c, d, e\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och $E = \{a2, a4, b1, b3, c1, c2, d3, d5, e3\}$ (där $a1$ står för $\{a, 1\}$ etc.) är en matchning $M = \{a2, b1, d3\}$ given.

a) (2p) Finn och använd en utökande alternerande stig för att skapa en större matchning M' (dvs en matchning med $|M'| > |M|$).

Ange den alternerande stig du använt som en följd hörn (noder) $\alpha\beta\ldots$ (där $\alpha, \beta, \ldots$ är hörn i grafen) och ange M' så som M angetts ovan.

b) (1p) Avgör (med motivering) om det finns någon fullständig matchning i denna graf.