

# Matematik, KTH

B.Ek

| Efternamn | förnamn | personnr |
|-----------|---------|----------|
|           |         |          |

## Kontrollskrivning 5, må 12 maj 2014, 8.30–10.00, i SF1662 Diskret matematik för CLGYM1, TSVDK2

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks  $n$  medför godkänd (3p) uppgift  $n$  vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år),  $n = 1, \dots, 5$ .

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.**

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

**1)** (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

| poäng<br>uppg.1 |
|-----------------|
|                 |

|                                                                                                                                                    | sant | falskt |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--------|
| <b>a)</b> Om $T = (V, E)$ är ett träd är antalet hörn (noder) i $V$ med udda valens (grad) säkert jämnt.                                           |      |        |
| <b>b)</b> Om $G = (V, E)$ är en sammanhängande graf och $x, y \in V$ finns säkert precis en stig i $G$ från $x$ till $y$ .                         |      |        |
| <b>c)</b> Om alla hörn i graferna $G_1 = (V_1, E_1)$ och $G_2 = (V_2, E_2)$ har valens 3 och $ V_1  =  V_2 $ är $G_1$ och $G_2$ säkert isomorfa.   |      |        |
| <b>d)</b> Om $G$ är plan, sammanhängande med valens 4 för alla hörn, måste dualgrafen $G^\perp$ ha precis 2 hörn mer än $G$ .                      |      |        |
| <b>e)</b> Cykelgrafén $C_n$ (dvs grafen av hörn och kanter i en regelbunden $n$ -hörning) har kromatiskt tal $\chi(C_n) = 3$ för alla $n \geq 3$ . |      |        |
| <b>f)</b> Om en bipartit graf är hamiltonsk (dvs har en hamiltoncykel) har den minst två olika fullständiga matchningar.                           |      |        |

**Resultat på skrivningen:**

Fylls i av rättaren

| p 1 | p 2 | p 3 | p 4 | p 5 | $\Sigma$ p | G/U | bonus |
|-----|-----|-----|-----|-----|------------|-----|-------|
|     |     |     |     |     |            |     |       |

SF1662 CLGYM1, TSVDK2, ks5 12.5-14

| Namn | poäng<br>uppg.2 |
|------|-----------------|
|      |                 |

**2a)** (1p) Graferna  $G_1$  och  $G_2$  ges av granntabellerna till höger. Ta bort en kant i vardera grafen så att de resulterande graferna blir isomorfa.

|         |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|
| $G_1$ : | a | b | c | d |
|         | b | a | a | a |
|         | c | d |   | b |
|         | d |   |   |   |

|         |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|
| $G_2$ : | 1 | 2 | 3 | 4 |
|         | 3 | 3 | 1 | 1 |
|         | 4 | 4 | 2 | 2 |

(Ange vilka kanter du vill ta bort, du behöver inte ange en isomorfi mellan de uppkomna graferna.)

**b)** (1p) Formulera den sats (av Euler) som ger nödvändiga och tillräckliga villkor för att grafen  $G$  skall vara eulersk (dvs ha en eulerkrets).

**c)** (1p) Formulera Halls sats om fullständig matchning för en bipartit graf  $G = (X \cup Y, E)$  (där  $X \cap Y = \emptyset$  och varje kant innehåller ett  $X$ -hörn och ett  $Y$ -hörn).

| Namn | poäng<br>uppg.3 |
|------|-----------------|
|      |                 |

**3)** (3p) Grafen  $G = (V, E)$  har högst en cykel i varje komponent.  
Det totala antalet hörn (noder) är  $|V| = 1218$ , antalet kanter är  $|E| = 1211$   
och antalet cykler är 12.  
Hur många komponenter har  $G$ ? Glöm inte att motivera svaret.

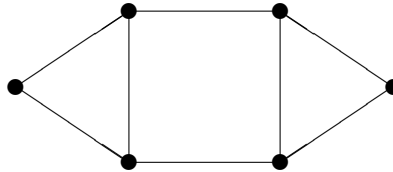
| Namn | poäng<br>uppg.4 |
|------|-----------------|
|      |                 |

4) (3p) En sammanhängande planär graf  $G = (V, E)$  ritas utan korsande kanter på ytan av en sfär.  $G$  har 10 hörn (noder),  $|V| = 10$ , och den delar in sfärens yta i 8 områden (fasetter).

Vad är medelvärdet av hörnens valenser (grader)?

| Namn | poäng<br>uppg.5 |
|------|-----------------|
|      |                 |

5) Låt grafen  $G$  ges av figuren och dess kromatiska polynom vara  $P_G(\lambda)$ .



a) (1p) Finn  $G$ :s kromatiska tal,  $\chi(G)$ .

b) (1p) Hur många olika hörnfärgningar med  $\chi(G)$  färger finns det, dvs vad är  $P_G(\chi(G))$ ?

c) (1p) Finn  $P_G(\lambda)$ .

Multipluera inte ihop i onödan. Ge polynomet som en produkt av enklare faktorer.