

Matematik, KTH

B.Ek

Efternamn	förnamn	personnr

**Kontrollskrivning 3, må 24 mars 2014, 10.30–12.00,
i SF1662 Diskret matematik för CLGYM1, TSVDK2**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

	sant	falskt
a) Om man singlar ett (ärligt) mynt fem gånger, är sannolikheten $\frac{11}{16}$ att antalet ”klave” är ett primtal.		
b) 5 olika böcker kan fördelas bland 3 olika personer, så att ingen blir utan bok, på precis 150 sätt.		
c) Tre olika personer kan välja varsin bland fem olika böcker på precis 60 sätt.		
d) Antalet ”ord” som kan bildas genom att kasta om bokstäverna i ordet ’ABRAKADABRA’ är $\frac{11!}{4 \cdot 5!}$.		
e) Om $\pi, \sigma \in S_n$ är udda permutationer, måste $\sigma\pi\sigma^{-1}$ vara en jämn permutation.		
f) Antalet $\pi \in S_9$ (permutationer av $\{1, 2, \dots, 9\}$) som tar jämna tal till jämna tal är $5 \cdot 24^2$.		

Resultat på skrivningen:

Fylls i av rättaren

p 1	p 2	p 3	p 4	p 5	Σ p	G/U	bonus

SF1662 CLGYM1, TSVDK2, ks3 24.3-14

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) För $n \in \mathbb{Z}_+$ (dvs n ett positivt heltal), vad är

$$\binom{n}{0} + 2\binom{n}{1} + 4\binom{n}{2} + \dots + 2^n \binom{n}{n}?$$

 $\binom{n}{k}$ betecknar som vanligt binomialtalen.**b)** (1p) På hur många sätt kan 100 kronor fördelas bland 13 personer (så att var och en får ett helt antal (≥ 0) kronor)? [Personerna, men inte kronorna, är särskiljbara. Svaret får innehålla heltal, potenser, fakulteter och de fyra enkla räknesätten.]**c)** (1p) I en (ändlig) mängd $\mathcal{M}$ (med $|\mathcal{M}| \geq 2$) av personer gäller att varje två antingen känner varandra eller inte ("att känna någon" antas vara en symmetrisk relation och ingen anses känna sig själv). Förklara varför det säkert finns (minst) två i $\mathcal{M}$ som känner lika många (personer i $\mathcal{M}$).

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) En fabrik tillverkar tyger med 44 olika mönster.

16 av mönstren innehåller rött, 12 innehåller gult och 17 innehåller blått.

5 mönster innehåller både rött och gult, 4 innehåller både gult och blått och 7 innehåller både rött och blått.

12 mönster innehåller ingen av de tre färgerna (mest grönsvarta mönster).

Hur många mönster innehåller alla tre av rött, gult och blått?

Namn	poäng uppg.4

4a) (2p) Låt $\pi, \sigma \in S_6$, mängden av alla permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
De ges på tvåradssform av

$$\pi = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \sigma = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

(dvs $\pi(1) = 5, \pi(2) = 4, \dots$)

Ange π och $\pi\sigma^{-1}$ på cykelform.

b) (1p) $\tau \in S_6$ ges på tvåradssform av

$$\tau = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & x & 2 & y & 1 \end{bmatrix}.$$

Finn x och y så att τ är en udda permutation. Kom ihåg att motivera svaret.

Namn	poäng uppg.5

5) I en klass med 24 elever skall 17 stycken väljas för att delta i en idrottstävling. Var och en av de 17 skall delta i precis en av 6 grenar.

a) (2p) På hur många sätt kan deltagandet ske (dvs på hur många sätt kan man utse och fördela klassens deltagare på de 6 grenarna, totalt 17 deltagare)? (Det krävs inte att klassen representeras i alla grenar.)

b) (1p) På hur många sätt kan det ske om minst en i klassen skall delta i höjdhoppet (som är en av de 6 grenarna)?

Svaren får innehålla heltal, potenser, faktorer och de fyra enkla räknesätten.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.