

Matematik, KTH

B.Ek

Efternamn	förnamn	personnr

**Kontrollskrivning 5, fr 17 maj 2013, 15.00–16.00,
i SF1662 Diskret matematik för CL1**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

	sant	falskt
a) Om graferna G_1 och G_2 är isomorfa, är G_1 planär om och endast om G_2 är det.		
b) Om $G = (V, E)$ är en graf med $ V $ ett primtal ≥ 5 har minst ett hörn (en nod) i G jämn valens (grad).		
c) Om grafen $G = (V, E)$ är hamiltonsk, måste varje hamiltoncykel i G innehålla precis $ V - 1$ kanter.		
d) Om $T_1 = (V_1, E_1)$ och $T_2 = (V_2, E_2)$ båda är träd med minst ett hörn gäller säkert att $ V_1 + E_2 = V_2 + E_1 $.		
e) Om en plan graf $G = (V, E)$ har $ E = V \neq 0$, delar den säkert in planet i precis 2 ytor (fasetter).		
f) En graf G är planär om och endast om dess kromatiska tal $\chi(G) \leq 4$.		

Resultat på skrivningen:

Fylls i av rättaren

p 1	p 2	p 3	p 4	p 5	Σ p	G/U	bonus

SF1662 CL1, ks5 17.5-13

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Grafen $G = (V, E)$ har granntabellen till höger. Finn en kant och ett hörn i G sådana att om kantens ena ände flyttas till hörnet blir den uppkomna grafen ett träd.

a	b	c	d	e	f	g	h
e	c	b	e	a	c	c	a
h		f	h	d			d

(Ange alltså $x, y, z \in V$ sådana att man får ett träd genom att ta bort $\{x, y\}$ och lägga till $\{x, z\}$.)

b) (1p) Låt som vanligt $K_{m,n}$ vara den fullständiga (kompleta) bipartita grafen med m respektive n hörn.

För vilka $m, n \in \mathbb{Z}_+$ gäller att $K_{m,n}$ är eulersk, dvs har en eulerkrets?

c) (1p) Förklara hur man får den duala grafen $G^\perp$ till en plan graf G (dvs en planär graf som ritats utan korsande kanter i planet).

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Graferna G_1 och G_2 beskrivs av följande grannstabeller:

$$G_1: \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \\ \hline d & d & e & a & b & a \\ f & e & f & b & c & b \\ & f & & & & c \end{array}$$

$$G_2: \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 6 & & 6 & & & \end{array}$$

Är G_1 och G_2 **isomorfa**?

Om de är det, ange en isomorfi mellan dem. Om de inte är det, visa det.

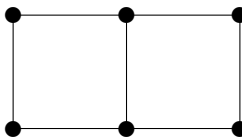
Namn	poäng uppg.4

4) (3p) En sammanhängande planär graf $G = (V, E)$ ritas utan korsande kanter på ytan av en sfär. G har 4 hörn (noder) med valens (grad) 3, 3 hörn med valens 4 och 2 hörn med valens 5 (och inga andra hörn).

Hur många ytor (fasetter) delar G in sfärens yta i?

Namn	poäng uppg.5

5) Låt grafen G ges av figuren och dess kromatiska polynom vara $P_G(\lambda)$.



a) (1p) Finn värdena $P_G(0)$, $P_G(1)$ och $P_G(2)$.

b) (1p) Rita två grafer G_1 och G_2 sådana att $P_G(\lambda) = P_{G_1}(\lambda) - P_{G_2}(\lambda)$.

c) (1p) Finn $P_G(\lambda)$.

Multipluera inte ihop i onödan. Ge polynomet som en produkt av enklare faktorer.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.