

Matematik, KTH

B.Ek

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 3, ti 9 april 2013, 9.00–10.00,
i SF1662 Diskret matematik för CL1**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

	sant	falskt
a) Antalet sätt fyra personer kan välja var sin av 11 olika kakor är precis 7920.		
b) Då man slår med två (rättvisa) tärningar är sannolikheten att få totalt minst 11 ögon $\frac{2}{11}$.		
c) Antalet sätt att fördela 11 identiska kakor bland fyra personer är $\frac{14!}{4! \cdot 10!}$.		
d) Antalet "ord" som kan bildas genom att kasta om bokstäverna i ordet 'ALLDELES' är $\frac{8!}{12}$.		
e) Antalet transpositioner i S_n (mängden av permutationer av $\{1, 2, \dots, n\}$) är $\frac{1}{2}n(n-1)$.		
f) För varje udda permutation π av $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ är $\pi^2(k) = k$ för något $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.		

Resultat på skrivningen:

Fylls i av rättaren

p 1	p 2	p 3	p 4	p 5	Σ p	G/U	bonus

SF1662 CL1, ks3 9.4-13

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Hur många surjektioner

$$f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$$

finns det?

Svaret skall ges som ett heltal (dvs uträknat).

b) (1p) Visa att det inte finns 11 parvis relativt prima tal i mängden

$$\{2, 3, 4, \dots, 30\}.$$

[Ledning: Vilka primfaktorer kan talen innehålla?]

c) (1p) Permutationerna $\pi, \rho, \sigma, \tau \in S_6$ ges på tvåradsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix},$$
$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ange alla par av **konjugerade** permutationer bland π, ρ, σ, τ .

Namn	poäng uppg.3

3a) (1p) Hur många heltal mellan 1 och 100000 innehåller precis en 2:a (då det skrivs i bas 10, förstås)?

b) (2p) Hur många heltal mellan 1 och 100000 innehåller minst endera av precis en 2:a och precis en 3:a (och alltså ett godtyckligt antal av den andra, dvs det är tillåtet med en 2:a och noll, en, två etc 3:or och omvänt)?

Namn	poäng uppg.4

4) Låt $\pi, \sigma \in S_6$, mängden av alla permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
 π ges i cykelform av $\pi = (1\ 4\ 3)(2\ 6\ 5)$, medan σ ges av att

$$\sigma(1) = 2, \sigma(2) = 6, \sigma(3) = 1, \sigma(4) = 4, \sigma(5) = 5, \sigma(6) = 3.$$

a) (2p) Ange σ^{-1} och $\pi\sigma$ i cykelnotation (cykelform).

b) (1p) Är permutationen $\pi^8\sigma^{-4}\pi^{17}\sigma^3\pi^{-13}$ jämn eller udda?

Glöm inte att motivera svaret.

[σ^{-4} är förstås $(\sigma^{-1})^4$ och π^{-13} är $(\pi^{-1})^{13}$.]

Namn	poäng uppg.5

5) 20 barn skall ställas upp i ett led.

a) (1p) På hur många sätt kan det ske (dvs i hur många olika ordningar kan de stå)?

b) (1p) På hur många sätt kan det ske om Lisa och Olle inte får stå intill varandra (dvs utan någon mellan sig)?

c) (1p) På hur många sätt kan det ske om Lisa och Olle inte får ha precis ett barn mellan sig (men de nu kan stå intill varandra)?

Svaren får innehålla heltal, potenser, faktorer och de fyra enkla räknesätten.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.