

Matematik, KTH

B.Ek

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 5, må 21 maj 2012, 9.00–10.00,
i SF1662 Diskret matematik för CL1**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

- a) Om grafen $G = (V, E)$ har ett jämnt antal komponenter och $|V| - 1$ av hörnen har udda valens (grad), måste alla hörnen ha udda valens.
- b) En sammanhängande graf med precis två hörn (noder) med udda valens (grad) har säkert en eulerkrets.
- c) Om en graf $G = (V, E)$ är sammanhängande och innehåller precis en cykel måste $|V| = |E|$.
- d) Om $G = (V, E)$ är en sammanhängande plan graf har den duala grafen $G^\perp$ säkert precis $|V|$ ytor (fasetter).
- e) Det kromatiska talet $\chi(G)$ för en graf G är lika med det största av de kromatiska talen för G 's komponenter.
- f) Alla grafer med samma kromatiska polynom är isomorfa.

sant	falskt

Resultat på skrivningen:

Fylls i av rättaren

p 1	p 2	p 3	p 4	p 5	Σ p	G/U	bonus

SF1662 CL1, ks5 21.5-12

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Ange vad som menas med att (dvs definitionen av att) graferna $G_1 = (V_1, E_1)$ och $G_2 = (V_2, E_2)$ är **isomorfa**.

b) (1p) Kan grafen med nedanstående granntabell vara ett **binärt rotat träd**?

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
c	f	a	a	a	b	e	b	e	b
d	h	h		g			c		
e	j			i					

Om svaret är ”ja”, ange också ett möjligt val av rot i trädet.

c) (1p) Enligt två kända satser (varav en nämns i kursboken) är en graf planär om och endast om den inte ”innehåller” (i viss exakt mening) någon av två grafer. Vilka två grafer gäller det? (Det räcker att ange deras vanliga beteckningar.)

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) För vilka värden på $m, n \in \mathbb{Z}_+$ är $K_{m,n}$ (den fullständiga bipartita grafen med m och n hörn) hamiltonsk (dvs innehåller en hamiltoncykel)?

Namn	poäng uppg.4

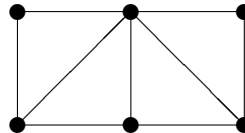
4) En sammanhängande graf $G = (V, E)$, med $|E| = 22$, ritas på ytan av en sfär, som delas in i 12 områden av kanterna i E .

a) (2p) Hur många hörn har G , dvs vad är $|V|$, förutsatt att grafen ritats utan korsande kanter?

b) (1p) Ojdå, det blev fel. Det råkade vara två kanter som korsades på ett ställe. Antalet områden och kanter var rätt, 12 och 22, men hur många hörn var det egentligen?

Namn	poäng uppg.5

5) Grafen G ges av figuren.



a) (2p) Bestäm G 's kromatiska polynom $P_G(\lambda)$.

Multiplicera inte ihop i onödan, ge polynomet som en produkt av enkla faktorer.

b) (1p) På hur många sätt kan G (hörn-)färgas med **exakt** fyra färger, dvs så att man använder alla fyra färgerna?

(Om man inte löst a), kan man låta $P_G(\lambda)$ ingå i svaret.)

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.