

B.Ek

Efternamn	förnamn	pnr	program

Kontrollskrivning 3, må 23 april 2012, 9.00–10.00,
i SF1662 Diskret matematik för CL1

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1	

- Sannolikheten är **likformigt fördelad** om och endast om $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ för alla händelser A, B .
- I utvecklingen av $(x + 2y + 3z)^{12}$ ingår en term $\frac{2^3 \cdot 3^4 \cdot 12!}{6! \cdot 3! \cdot 4!} \cdot x^6 y^3 z^4$.
- Det finns precis 150 olika **surjektioner** $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c\}$.
- För alla $n, k \in \mathbb{Z}_+$ gäller $\binom{k+n-1}{k} \leq n^k$.
- För alla $\pi \in S_n$ (mängden av permutationer av $\{1, 2, \dots, n\}$) gäller att π och π^{-1} är **konjugerade** permutationer.
- Antalet **jämna** permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ är 240.

sant	falskt

Resultat på skrivningen:

Fylls i av rättaren

p 1	p 2	p 3	p 4	p 5	Σ p	G/U	bonus

SF1662 CL1, ks3 23.4-12

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Hur många **strängt växande** funktioner

$$f : \{1, 2, \dots, 20\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 51\}$$

finns det? f är strängt växande precis om $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$ för alla x, y .
Svaret får innehålla heltal, potenser, faktulteter och de fyra enkla räknesätten.

b) (1p) Man väljer 5 element i $S_{100} \times S_{100}$, dvs par av permutationer

$$(\pi_1, \sigma_1), (\pi_2, \sigma_2), \dots, (\pi_5, \sigma_5).$$

Visa kortfattat att det säkert finns i, j med $1 \leq i < j \leq 5$ så att både $\pi_i \pi_j$ och $\sigma_i \sigma_j$ är jämna permutationer.

c) (1p) Permutationen $\pi \in S_{12}$ ges på tvåradsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 9 & 10 & 4 & 11 & 2 & 6 & 1 & 3 & 12 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

Avgör, med kort motivering, om π är en jämn eller en udda permutation.

Namn	poäng uppg.3

3) Vid en tävling i diskret matematik med 37 deltagare bestäms resultatet på följande sätt.

Först delar tävlingsledningen ut 5 priser (för mest eleganta, kortaste, mest fullständiga, snabbaste och mest oväntade lösning) till fem olika deltagare.

Sedan får de 63 personerna i juryn lägga varsin röst på någon av övriga 32 deltagare.

Hur många resultat (dvs vem fick vart och ett av de fem priserna och hur många röster fick var och en av de övriga) är möjliga?

Svaret får innehålla heltal, potenser, faktorer och de fyra enkla räknesätten.

Namn	poäng uppg.4

4) Låt $\pi, \sigma \in S_5$, mängden av alla permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 π ges i cykelform av $\pi = (1\ 3)(2\ 4)(5)$, medan σ ges av att

$$\sigma(1) = 5, \sigma(2) = 1, \sigma(3) = 4, \sigma(4) = 3, \sigma(5) = 2.$$

a) (2p) Ange σ^{-1} och $\pi\sigma^{-1}$ i cykelnotation (cykelform).

b) (1p) Vad är **ordningen** för permutationen $\pi\sigma^{-1}$?

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Leonhard har totalt 140 böcker i sin bokhylla.

Av dem är 79 på svenska, 83 är pocketböcker och 102 handlar om matematik.

Av pocketböckerna är 50 på svenska och 73 om matematik. 16 av böckerna i hyllan är inbundna (dvs inte pocket), inte på svenska och inte om matematik.

Hur många inbundna böcker på svenska om matematik har Leonhard i sin bokhylla?

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.