

Matematik, KTH

B.Ek

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 3, må 4 april 2011, 9.00–10.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

poäng uppg.1

- a) Om $(G, *)$ är en grupp, gäller säkert för alla $a, b, c, d \in G$ att $(a * b) * (c * d) = ((a * b) * c) * d$.
- b) För varje naturligt tal m är $(\mathbb{Z}_m, \cdot)$ en abelsk grupp.
- c) $\{\pi \in S_7 \mid \pi(3) = 3\}$ är en delgrupp till S_7 .
(S_7 är gruppen av permutationer av $\{1, 2, \dots, 7\}$.)
- d) $\{\pi \in S_8 \mid \{\pi(3), \pi(6)\} = \{3, 6\}\}$ är en delgrupp till S_8 .
- e) En permutation av jämn ordning är säkert en udda permutation.
- f) $(\mathbb{Q}[x], +, \cdot)$ är en ring. ($\mathbb{Q}[x]$ är här mängden av alla polynom med koefficienter i $\mathbb{Q}$, de rationella talen.)

sant	falskt

Σ p	G/U	bonus

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt $(G, *)$ vara en grupp med identitetsselement 1 och $a, b, c \in G$.
Om $a * (b * c) = 1$, måste då $b * (c * a) = 1$?
Motivera ditt svar.

b) (1p) Avgör med motivering om det finns någon delgrupp till S_8 (gruppen av permutationer av $\{1, 2, \dots, 8\}$) som är isomorf med $(\mathbb{Z}_{10}, +)$.

c) (1p) Permutationen $\pi \in S_{11}$ ges i tvåradsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 7 & 6 & 3 & 2 & 9 & 10 & 1 & 8 & 5 & 4 & 11 \end{pmatrix}.$$

Avgör om π är en jämn eller en udda permutation. Motivera ditt svar.

Namn	poäng uppg.3

3) Låt G vara gruppen $(U(\mathbb{Z}_{22}), \cdot)$, dvs de inverterbara elementen i $\mathbb{Z}_{22}$, med operationen multiplikation.

a) (1p) Ange alla element i G .

b) (2p) Avgör om G genereras av elementet 5.

Namn	poäng uppg.4

4) Låt gruppen $(G, *)$ ha precis 5 element, $G = \{1, a, b, c, d\}$.
 1 är identitets-elementet i G och $a * a = b$.

a) (1p) Vad (dvs vilket element i G) är a^5 (dvs $a * a * a * a * a$)?

b) (1p) Finn ett positivt heltal n så att $b^n = a$.

c) (1p) Vad (dvs vilket element i G) är $c * d$?

Glöm inte att motivera dina svar.

Namn	poäng uppg.5

5) Låt $\pi, \sigma \in S_7$ (gruppen av alla permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$) ges av (på tvåradsform)

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 5 & 4 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 2 & 7 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) (1p) Finn **på cykelform** π , σ^{-1} och $\pi\sigma^{-1}$.

b) (1p) Visa att det finns ett $\tau \in S_7$ så att $\tau\pi = \sigma^{-1}\tau$.

c) (1p) Ange (på cykelform) ett $\tau \in S_7$ som uppfyller villkoret i b).

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.