

Matematik, KTH

B.Ek

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 2, må 7 mars 2011, 9.00–10.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

- a) Enligt **additionsprincipen** gäller för godtyckliga ändliga mängder A och B att $|A \cup B| = |A| + |B|$.
($|M|$ är antalet element i M).
- b) Händelserna A och B är **oberoende** precis om $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
- c) Om p är ett primtal och k ett heltal med $0 < k < p$ är binomialtalet $\binom{p}{k}$ delbart med p .
- d) För ändliga A, B : (antalet injektioner $A \rightarrow B$) · (antalet surjektioner $A \rightarrow B$) är antingen 0 eller $|A|! \cdot |B|!$.
- e) Antalet sätt ställa n personer på led utan att Kalle och Olle (2 av personerna) står intill varandra är $n! - (n-1)!$.
- f) Om sannolikheten är **likformigt fördelad** är händelserna A och B automatiskt oberoende.

sant	falskt

Σ p	G/U	bonus

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Beräkna summan

$$\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} (3^k + 2^{10-k})$$

Svaret får innehålla heltal, potenser, plustecken och minustecken.
 $\binom{n}{k}$ betecknar förstås ett binomialtal.

b) (1p) Låt $P_1, P_2, \dots, P_{10}$ vara 10 punkter i en liksidig triangel med sida 3. Visa att det finns i, j med $1 \leq i < j \leq 10$ så att avståndet mellan P_i och P_j är högst 1.

c) (1p) Hur många **surjektioner** $f : \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c\}$ finns det?
 Svaret får innehålla heltal, potenser, faktorer och de fyra vanliga räknesätten.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) 20 kort skall läggas i ordning. På hur många sätt kan det ske om det är 10 vita, 5 svarta och 5 med andra färger, alla olika?

De vita korten betraktas som identiska och det gör de svarta också (inte identiska med de vita förstås), men övriga 5 är alla olika.

Svaret får innehålla heltal, de fyra räknesätten, potenser och faktulteter.

Namn	poäng uppg.4

4a) (1p) Under ett 60 dagar långt skollov skall 15 olika museer besökas. Varje museum ägnas precis en dag. På hur många sätt kan besöken fördelas?

b) (2p) Hur många sätt är möjliga om man aldrig har två museidagar i rad? Svaren får innehålla heltal, fakulteter och de fyra vanliga räknesätten.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Vid en skrivning med 3 uppgifter, a), b) och c), var det 7 skrivande som klarade både a) och b), 6 som klarade både b) och c) och 10 som klarade både c) och a). (Delpoäng gavs inte, varje uppgift bedömdes klarad eller inte.) Exakt två klarade uppgifter gav betyg G och tre klarade uppgifter gav VG. Hur många fick G, om det var 4 som fick VG?

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.