

Din kod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre
bokstäver.

Matematik, KTH
B.Ek

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 1, må 21 februari 2011, 9.00–10.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

poäng uppg.1

- a) Låt $a, b \in \mathbb{N}$. Då gäller $\text{sgd}(a, b) = \text{mgm}(a, b)$ om och endast om $a = b$. (sgd och mgm kallas i boken gcd och lcm.)
- b) För alla heltal x, y gäller att $27x + 84y \neq 99$.
- c) Det finns inget $x \in \mathbb{Z}_{158}$ så att $x + x$ är inverterbart.
- d) För godtyckliga mängder A, B och C gäller $A \setminus (B \cup C)^c = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- e) Om $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}$ och $g: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ kan $gf: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ inte vara injektiv. ($\mathbb{Q}$ och $\mathbb{R}$ är (som vanligt) de rationella och de reella talen.)
- f) Den binära relationen " $|$ ", dvs delbarhet, på mängden av naturliga tal, $\mathbb{N}$, är en **partialordning**.

sant	falskt

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) $a = (114)_{10}$, så i bas 10 skrivs talet a som 114. Hur skrivs a i bas 3?

b) (1p) Beräkna i $\mathbb{Z}_7$:

$$1 + 2 \cdot 3^{-1}.$$

c) (1p) Vi låter $\mathbb{Z}_+$ vara mängden av positiva heltal, $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, och $\mathbb{P}$ vara mängden av alla primtal, $\mathbb{P} = \{2, 3, 5, \dots\}$.

Definiera $f : \mathbb{Z}_+ \rightarrow \mathcal{P}_{fin}(\mathbb{P})$, mängden av ändliga delmängder till $\mathbb{P}$, enligt

$$f(x) = \{y \in \mathbb{P} \mid y \text{ är en delare till } x\}.$$

Är funktionen f en injektion?

Är den en surjektion?

Är den en bijektion?

Motivera dina svar kortfattat.

Namn	poäng uppg.3

3a) (2p) Finn den största gemensamma delaren till 1176 och 966,
 $\text{sgd}(1176, 966)$.

b) (1p) Finn den minsta gemensamma multipeln till samma tal,
 $\text{mgm}(1176, 966)$.

Svaret i b) får innehålla de fyra enkla räknesätten.

Uppgift b) kan lösas även om a) inte lösts. Kalla då svaret i a) för d .

(I boken betecknas sgd och mgm oftast ”gcd” och ”lcm”.)

Namn	poäng uppg.4

- 4a)** (1p) Hur många kvadrater finns det i $\mathbb{Z}_{11}$, dvs hur många element i $\mathbb{Z}_{11}$ är x^2 för minst ett $x \in \mathbb{Z}_{11}$?
- b)** (2p) Hur många kvadrater finns det i $\mathbb{Z}_p$, där p är ett udda primtal?

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Låt $\{F_n\}_{n=0}^\infty$ vara fibonaccitalen, som vanligt definierade av

$$\begin{cases} F_0 = 0, F_1 = 1 \\ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \quad \text{för alla } n = 0, 1, 2, \dots \end{cases}.$$

Visa med ett induktionsbevis att

$$1 + F_2 + F_4 + \dots + F_{2n} = F_{2n+1} \text{ för } n = 0, 1, 2, \dots$$