

KTH Matematik
B.Ek

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 2, må 8 mars 2010, 9.00–10.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

poäng uppg.1

- a)** **Multiplikationsprincipen** ger att $|A \times B| = |A| \cdot |B|$ om A, B är ändliga mängder. ($|M|$ är antalet element i M).
- b)** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ gäller säkert om händelserna A och B är **oberoende**.
- c)** Om A och B är ändliga mängder är säkert antalet injektioner $f: A \rightarrow B$ = antalet surjektioner $g: B \rightarrow A$.
- d)** Då $k, n \in \mathbb{N}$, $k \leq n$, gäller $\frac{1}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{1}{n+1} \binom{n+1}{k+1}$.
- e)** Om minst $n+2$ brev fördelas på högst n postfack, måste minst 2 fack innehålla minst 2 brev vardera.
- f)** Antalet **surjektioner** från en n -mängd på en k -mängd är $n! \cdot S(n, k)$.

sant	falskt

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Förklara varför

$$\sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} = 3^n \quad \text{för } n = 0, 1, 2, \dots$$

$\binom{n}{k}$ betecknar förstås ett binomialtal.

b) (1p) Hur många ”ord” med 4 st ’a’, 3 st ’b’ och ett ’c’ (och inga andra bokstäver) finns det?

c) (1p) Hur många **injektioner** $f : A \rightarrow B$ finns om $|A| = 72$ och $|B| = 97$? Svaret får innehålla heltal, potenser, faktorer och de fyra vanliga räknesätten.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) I ett led placeras 4 flickor och 5 pojkar så att inga två pojkar står intill varandra. Placeringen görs slumpmässigt och likafördelat, dvs alla tillåtna ordningar är lika sannolika.

Vad är sannolikheten att Olle (pojke) har både Lisa och Stina (flickor) intill sig?

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Vid en tävling i diskret matematik deltar 12 tävlande.

Var och en av 111 personer i publiken röstar på någon av de tävlande och dessutom delas pris ut för skönhet, klarhet och snabbhet.

Hur många olika möjliga resultat finns det? Ett resultat beskrivs fullständigt av hur många publikröster var och en av de tävlande fått och vem av dem som fått vart och ett av de tre priserna (samma person kan få mer än ett av dem). Svaret får innehålla heltal, fakulteter och de fyra vanliga räknesätten.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Vid en skrivning med 3 uppgifter, a), b) och c), var det 10 skrivande som klarade uppgift a), 19 som klarade uppgift b) och 23 som klarade uppgift c).

Det var 6 stycken som inte klarade någon av uppgifterna, medan 6 stycken klarade både a) och b), 9 stycken klarade både b) och c) och 5 stycken klarade både a) och c). 2 av de skrivande klarade alla tre uppgifterna.

Hur många var det som skrev skrivningen?

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.