

Din kod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre
bokstäver.

KTH Matematik
B.Ek

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 1, må 15 februari 2010, 15.10–16.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

poäng uppg.1

a) För alla $x, y, z \in \mathbb{Z}$ gäller att $x \mid y$ om $x \mid (yz)$ och $\text{sgd}(x, z) = 1$.

($a \mid b$ betyder förstås att a är en delare till b .)

b) ”**Aritmetikens fundamentalsats**” säger precis att det finns oändligt många primtal.

c) $x \equiv y \pmod{m}$ gäller precis om x och y slutar på samma siffra då de skrivs i bas m .

d) Det finns en **bijektion** $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$.
($\mathbb{Q}$ och $\mathbb{R}$ är (som vanligt) de rationella och de reella talen.)

e) $|\{\emptyset\}| = 0$, där $|A|$ är antalet element i mängden A .

f) Att en binär relation $\mathcal{R}$ på en mängd X är **symmetrisk** betyder precis att $x\mathcal{R}y$ medför $y\mathcal{R}x$, alla $x, y \in X$.

sant	falskt

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Ange tre element i $\mathbb{Z}_{20}$ som är inverterbara och tre som inte är det.

Inverterbara:

Inte inverterbara:

b) (1p) Om $f : X \rightarrow Y$ är en injektion och $g : Y \rightarrow Z$ är en bijektion, vad kan säkert sägas om sammansättningen $gf : X \rightarrow Z$? (Dvs måste gf vara en injektion? en surjektion? en bijektion?)

gf är säkert:

gf behöver inte vara:

c) (1p) Mängderna A , B , C ges av $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, A\}$ och $C = \{1, 2, 4, 6, B\}$. Ange alla element i mängden $(A \cup B) \cap C$.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Finn det minsta positiva (dvs > 0) tal som kan skrivas som

$$154m + 182n$$

med $m, n \in \mathbb{Z}$. Glöm inte att motivera ditt svar, men du behöver inte finna några motsvarande m, n .

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Finn alla $x \in \mathbb{Z}_{21}$, så att

$$6x = 9 \quad \text{i } \mathbb{Z}_{21}.$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Talföljden $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ uppfyller

$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_{n+1} = 2a_n^2 (= 2 \cdot (a_n)^2), \end{cases} \quad \text{för alla } n = 0, 1, 2, \dots$$

Visa med ett **induktionsbevis** att

$$a_n = 2^{2^n-1} \cdot 3^{2^n} \text{ för } n = 0, 1, 2, \dots$$

(3^{2^n} betyder förstås $3^{(2^n)}$.)